



MÁSTER DE PROFESORADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA  
OBLIGATORIA Y BACHILLERATO, FORMACIÓN  
PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS

ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

---

Implementación, evaluación y mejora  
de una Unidad Didáctica:

**PROGRESIONES**

---

*Autora:*

Silvia GÓMEZ GALLARDO

*DNI:*

73401151-D

*Tutor académico:*

Antonio BELTRÁN FELIP

Julio de 2015  
Curso académico 2014/2015



## Resumen

El presente estudio es el trabajo final perteneciente al Máster de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Se trata de una propuesta de mejora educativa, que corresponde con la modalidad 1 de la Normativa del TFM de 2012 [1], sobre la unidad didáctica implementada durante el practicum de este curso 2014/2015. La unidad didáctica trata sobre Progresiones, un tema que se encuentra en el bloque de Álgebra de 3º de ESO según el DECRETO 112/2007, de 20 de julio, del Consell por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana [2], donde se cita:

“Bloque 3. Álgebra

- Sucesiones de números enteros y fraccionarios. Sucesiones recurrentes.
- Progresiones aritméticas y geométricas.”

En el trabajo presente se analiza, en un principio, cuál es la situación actual de la enseñanza en secundaria y cuáles son los problemas detectados en los alumnos y alumnas, en concreto, en el ámbito de las matemáticas. En este análisis se incluyen también la contraposición de dos corrientes educativas muy extendidas: el tradicionalismo y el progresismo. Se comentará también qué rasgos son los más característicos de cada una de dichas corrientes.

A continuación, se propone el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) como alternativa al método tradicional de enseñanza. Cabe destacar que este método cada vez tiene más adeptos y está en pleno proceso de expansión en diversos países alrededor del mundo debido a su gran potencial y sus buenos resultados. Es utilizado a cualquier nivel de educación desde la primaria hasta niveles universitarios. Éste consiste en el planteamiento de una pregunta guía, o bien, de una situación en la cual el alumnado debe hacer uso de procesos de investigación de manera que trabajen de forma autónoma. Además, se explica las claves de este tipo de aprendizaje y se realiza un análisis sobre sus ventajas y desventajas.

También, se propone una experiencia basada en el APB, la cual ha sido realizada durante el practicum en el centro IES Vicent Sos Baynat de Castellón durante este curso a dos clases de 3º de ESO. Desarrollé una unidad didáctica sobre Progresiones haciendo uso de esta metodología. La unidad didáctica consta de 6 sesiones. En ella, los alumnos debían realizar un proyecto audiovisual fuera del horario escolar en grupos colaborativos diseñados previamente con el fin de que fuesen heterogéneos. Así pues, durante las sesiones en clase explicaba de forma magistral las cuestiones teóricas y los alumnos realizaban los ejercicios propuestos en los mismos grupos que ya habían sido diseñados para el proyecto.

Más adelante, se reflexiona acerca de ciertos aspectos de la educación de forma global y del desarrollo de la unidad didáctica en el centro. Se incluye así ciertos comentarios sobre la valoración personal obtenida por parte de los alumnos sobre el proyecto y sobre mí después de que realizasen un cuestionario. Además, realizaron una prueba de la que se extraen ciertas conclusiones sobre el nivel de conocimientos adquiridos y las dificultades que percibí que sufrían al enfrentarse ante un examen. También, se analiza las adversidades encontradas durante el transcurso de las sesiones.

Finalmente, se comentan cuáles son los aspectos que podrían mejorarse en dicha unidad después de haber reflexionado y detectado ya las carencias o errores que se habían cometido durante la implementación de dicha unidad en la estancia en prácticas en el centro. Se añade también ciertas propuestas de mejora como posible solución a esas carencias.

# Índice general

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción</b>  | <b>6</b>  |
| <b>2. Situación de la enseñanza</b>                               | <b>7</b>  |
| 1. Contexto actual . . . . .                                      | 7         |
| 2. Tradicionalismo versus Progresismo . . . . .                   | 8         |
| 3. El rol del docente . . . . .                                   | 9         |
| 4. El alumnado de Secundaria . . . . .                            | 10        |
| 5. Las Matemáticas en Secundaria . . . . .                        | 11        |
| <b>3. Metodología: Aprendizaje Basado en Proyectos</b>            | <b>13</b> |
| 1. Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) . . . . .                | 13        |
| 1.1. Claves del ABP . . . . .                                     | 15        |
| 1.2. Beneficios del ABP . . . . .                                 | 17        |
| 1.3. Inconvenientes del ABP . . . . .                             | 18        |
| 2. Aprendizaje Basado en Proyectos Colaborativos (ABPC) . . . . . | 19        |
| 3. ABP en la educación matemática . . . . .                       | 21        |
| <b>4. Desarrollo de la Unidad Didáctica</b>                       | <b>24</b> |
| 1. Contextualización del centro . . . . .                         | 24        |
| 2. Características de los grupos . . . . .                        | 24        |

|   |           |
|---|-----------|
| <i>ÍNDICE GENERAL</i>                     | <i>5</i>  |
| 3. Objetivos . . . . .                    | 25        |
| 4. Competencias . . . . .                 | 25        |
| 5. Contenidos . . . . .                   | 26        |
| 6. Metodología . . . . .                  | 28        |
| 7. Evaluación y valoración . . . . .      | 30        |
| <b>5. Conclusiones</b>                    | <b>35</b> |
| <b>6. Propuestas de mejora</b>            | <b>37</b> |
| 1. Número de sesiones . . . . .           | 37        |
| 2. Uso de las TIC . . . . .               | 37        |
| 3. Conexión con el “mundo real” . . . . . | 40        |
| <b>Bibliografía</b>                       | <b>42</b> |
| <b>Anexos</b>                             | <b>45</b> |
| <b>Anexo I</b>                            | <b>46</b> |
| <b>Anexo II</b>                           | <b>60</b> |
| <b>Anexo III</b>                          | <b>67</b> |
| <b>Anexo IV</b>                           | <b>69</b> |

# Capítulo 1

## Introducción

En este trabajo final del Máster de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas se lleva a cabo una propuesta didáctica basada en el uso del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP). Se ha decidido estructurar el trabajo en cinco capítulos cuyo contenido se explica a continuación.

El texto empieza con un *resumen* del contenido presente en el documento, el cual nos permite conocer el tema que se va a tratar, los objetivos y las conclusiones obtenidas.

A continuación, se presenta la *situación de la enseñanza* donde se trata de contextualizar el momento en el que se encuentra la educación ahora mismo, se expone las diferencias entre las corrientes tradicionales y progresistas, el rol que desempeña el docente en las aulas, las características más notables del alumnado de Secundaria y por último, unas pequeñas pinceladas sobre los resultados de nuestros alumnos en la asignatura de Matemáticas.

Acto seguido, en el punto tres, se encuentra explicada la metodología *Aprendizaje Basado en Proyectos* que es en la que he basado mi unidad didáctica. Se presentarán las claves de dicha metodología, sus beneficios e inconvenientes. También, se explica una forma específica de trabajar el ABP en grupos colaborativos. Finalmente, en este capítulo se contextualiza el uso del ABP en el área de las matemáticas.

Más adelante, se presenta el desarrollo de la *unidad didáctica* implementada en las aulas de 3º de ESO A y B del IES Vicent Sos Baynat de Castellón de la Plana. La unidad didáctica trata sobre Progresiones y se encuentra en el anexo I de este trabajo.

Después, se encuentran las *propuestas de mejora* donde, tras la puesta en escena de la unidad didáctica en el centro y observar las reacciones de los alumnos, se detallan las posibles mejoras que podrían incluirse junto a otras actuaciones que favorezcan el aprendizaje de los contenidos existentes en la unidad.

Por último, el presente documento finaliza con las conclusiones más importantes obtenidas después de implantar la unidad didáctica en el aula y realizar este trabajo.

## Capítulo 2

# Situación de la enseñanza

La profesión de enseñar es, sin duda, apasionante pero, al mismo tiempo, compleja y exigente, ya que para llevarla a cabo con éxito se requiere de numerosas y variadas competencias profesionales y personales que incluyen, entre otras, conocimientos pedagógicos. De estos, cabe destacar el compromiso moral y el equilibrio emocional del que debe contar el profesor. El objetivo según Joan Vaello [3] es formar personas, se trata de una cuestión de gran transcendencia en la creación de una sociedad más justa, pacífica y solidaria.

Los niños nacen con estrictos propietarios (padres, nivel social, tradiciones, modos, hábitos,...) y los maestros, con su intervención, los convierten en libres ciudadanos del mundo como afirma V.Ortiz [4].

En línea con una rápida evolución hacia una sociedad de conocimiento global, el mercado de trabajo contemporáneo demanda profesionales con nuevos conocimientos y habilidades. En la actualidad, como señala E.Vargas [5] el éxito en el mundo laboral implica una capacidad para actuar y proponer soluciones en ambientes cambiantes y poco definidos, interactuar en situaciones no rutinarias, sintetizar procesos de trabajo, tomar decisiones responsables y trabajar en equipo.

En este ambiente dinámico para la educación se impone una revisión crítica de la enseñanza tradicional y de las prácticas de aprendizaje [6]. De acuerdo a K.Willard y M.W.Duffrin [7], el aprendizaje basado en proyectos (ABP) parece ser un método de enseñanza efectivo comparado con las estrategias de enseñanza cognitivas tradicionales, particularmente para el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de la vida real.

### 1. Contexto actual

El aula de hoy en día es un nuevo escenario en el que la obra representada está lejos de parecerse a la de hace algunos años. Según T.Recio et al. [8], en nuestra compleja sociedad prima lo inmediato y lo fácil. Además, nos presenta, generalmente, a un alumno que ha perdido toda ilusión por el conocimiento y la cultura, huye también de cualquier tipo de obligación o



responsabilidad y no se esfuerza lo necesario, porque, probablemente, en casa recibe más de lo que necesita. Esto quiere decir que se han perdido los valores tradicionales del aprendizaje y la triste realidad es que una inmensa mayoría de alumnos no aprovecha en su totalidad su trayectoria educativa.

Además, a este panorama desolador hay que añadir la pérdida de respeto a la figura del docente. Este declive profesional está, en parte, alimentado por las familias de los propios alumnos, quienes suelen pensar que su hijo o hija es maravilloso y el profesor es el eterno enemigo. Este tipo de pensamientos provoca un gran desánimo en el equipo docente, puesto que, ven como día a día su labor es desprestigiada por la sociedad a pesar de su gran exigencia. Por lo tanto, nos encontramos en un punto en el que es esencial recuperar la dignidad de la figura del profesor y reconocer su aportación social.

Este cambio requiere un nuevo rol por parte del profesor, el cual hace unos años, tenía garantizada la audiencia y obediencia, mientras que ahora, ha de ganarse la actitud y el respeto de sus alumnos. Esto requiere, la adquisición de nuevas competencias profesionales que le faciliten una gestión de la clase en condiciones óptimas. Estas nuevas competencias, incluyen aspectos habituales del aula: observar activamente, convencer, entusiasmar, captar y mantener la atención, prestar atención a los alumnos equitativamente, escuchar activamente, advertir, pactar, dirigir, mediar, respetar, hacerse respetar, decir no, argumentar, perdonar, sancionar, negociar, tomar decisiones, esperar, olvidar, renunciar, emprender, planificar... Antes, las competencias socioemocionales eran recomendadas para ser un buen profesor; ahora, son necesarias para ser profesor afirma J.Vaello [3].

## 2. Tradicionalismo versus Progresismo

Atendiendo a las afirmaciones de M.Guzmán [9], un factor decisivo de la condición docente es la concepción que tenga el profesor de la educación, ya que, en función de ello adoptará distintos sistemas de comunicación con los alumnos en la relación educativa. En esta línea, suele contraponerse dos definiciones de educación, tomando como origen el significado que contiene la propia etimología de la palabra educar: *ducere* conducir, guiar, mandar, ser; y *educere* dejar salir, catalizar, facilitar, crear situaciones. La primera acepción es propia de la concepción tradicional o conservadora de la enseñanza, donde el docente es el único organizador del proceso educativo, encargado de mantener el orden, dirigir y castigar, y al que no es fácil cuestionar. La segunda acepción va unida a la concepción progresista de la enseñanza, donde el docente es principalmente un orientador que no impone su saber, sino que anima a los alumnos a descubrir el conocimiento a través de su propia investigación y actividad creativa, y al que los alumnos tienen fácil acceso para consultarle sus problemas.

V.Ortiz [4] opina que la educación tradicional propone una enseñanza en la cual se impone la transmisión de un conocimiento preestablecido, y que, en muchas ocasiones, es totalmente ajeno a los intereses de los alumnos. La figura del docente es represiva, pide máxima atención y silencio, y la defensa del alumnado es resistir al “tirano” que ha levantado el muro de la incomunicación, al no sentirse respetados ni comprendidos [4].

En la enseñanza progresista se plantea un cambio de metodología en el aula. María Montessori

?? lo resume bastante bien en la siguiente frase “el niño aprende más por la acción que por el pensamiento”. Este cambio va dirigido a:

1. Intentar descubrir los intereses de los alumnos y suscitar otros nuevos.
2. Tratar de socializar al alumno de modo que consiga su plena integración en el conjunto de la sociedad.
3. Activar el aprendizaje, no en base a la acumulación de conocimientos estáticos, sino promoviendo conocimientos dinámicos y operativos.

### 3. El rol del docente

Hoy en día, la profesión docente se desarrolla en un nuevo escenario que exige al profesor nuevos papeles y el dominio de nuevas competencias para ganarse una audiencia más difícil y complicada con nuevas fórmulas. El profesor ha de adaptarse a la situación en la que se encuentra, rediseñando las situaciones para crear un ambiente propicio para el aprendizaje como bien establece J.Vaello [3].

Dado que las exigencias profesionales son cada vez más complejas y problemáticas, es necesario que el profesor esté dotado de una preparación específica en los siguientes aspectos:

- Tipos de contenidos: el profesor ha de facilitar la adquisición de aprendizajes cada vez más amplios y complejos, tanto en aspectos estrictamente académicos, ya que aparecen nuevos contenidos y áreas de conocimiento (informática, tecnología...) a una velocidad vertiginosa, como en el formato utilizado para gestionar este conocimiento (Internet, *software*...).
- Tipos de competencias a educar: el profesor contemporáneo no puede limitarse a la transmisión de conocimientos teóricos. A pesar de que esta afirmación se repite con frecuencia en los discursos pedagógicos, se incumple a menudo en la práctica. El docente ha de trabajar con los alumnos todo tipo de competencias que contribuyan a aprendizajes autónomos y a una formación integral que prepare a ciudadanos. Esto incluye pues, además de las ya conocidas competencias cognitivas, las sociales y emocionales, entre otras. El aprendizaje es una actividad intrínsecamente social, por lo que las habilidades sociales y emocionales han de ocupar un lugar central en el ejercicio de la profesión.
- Tipo de alumnado: la diversidad del alumnado, especialmente en los cursos obligatorios, ha aumentado notablemente en todos los sentidos, desde la diversidad de conocimientos y habilidades, intereses, motivaciones, expectativas académicas... Todo ello ha provocado las demandas de competencias entre los docentes.

En la enseñanza progresista, el profesor debe ocupar el papel de animador, que coordina un poder: el de la construcción colectiva del conocimiento. La relación del profesor-alumno se conjunta en un proceso compartido de investigación y descubrimiento. Esta relación obliga al docente a asumir el miedo de ser desprovisto del objeto de conocimiento internalizado, y al alumno le anima a participar en la reconstrucción del conocimiento.

Según V.Ortiz [4], el docente pasa de ser un simple transmisor-evaluador a ser investigador que encuentra en su actitud creativa cierto progreso en su oficio, frente al estancamiento y desimplicación que supone una conducta transmisiva y repetitiva. Como profesional que realiza un trabajo creativo, enfrentándose, en un contexto de comunicación educativa, a las situaciones imprevistas del aula, su aportación es insustituible: el profesor enseña y guía el trabajo del alumno en su propio discurrir imprevisto, responde a preguntas inesperadas, genera y muestra contradicciones, ayuda a pensar y a resolver problemas, sirve de modelo... [4].

## 4. El alumnado de Secundaria

La existencia de alumnos que presentan conductas disruptivas en el contexto escolar es un fenómeno cada vez más habitual. Es frecuente encontrar alumnos que no se integran en las dinámicas educativas por causas diferentes en cada caso, a pesar de que el resultado final sea el mismo: los problemas de comportamiento en el contexto escolar.

Los esfuerzos de los diferentes agentes educativos consiguen que buena parte de estos alumnos, de manera progresiva, se integren en su proceso de escolarización; pero, desafortunadamente, encontramos a un porcentaje importante de alumnos que no llegan a conseguir esta integración.

El incremento progresivo de esta problemática provoca:

- El deterioro de las dinámicas de trabajo de los centros educativos. Esto afecta tanto a los docentes como al resto de alumnos que sí desean recibir una escolarización adecuada.
- La generación de una bolsa social de jóvenes que no acaban su escolarización obligatoria, o en su defecto, no acreditan ningún tipo de formación académica; con sus consecuentes repercusiones como son la proyección laboral, social y el deterioro psíquico.

Como indica J.Vaello [10] la obligatoriedad del sistema educativo español genera en el alumnado reacciones en contra. A diferencia de otras áreas, en la escuela obligatoria ya se toma como punto de partida una situación conflictiva que es provocada por la obligatoriedad. Al tratarse de una enseñanza obligatoria, todo tipo de alumnos pueden formar parte del sistema, no hay ningún filtro de selección por lo que encontramos una diversidad notable en capacidades, conocimientos, expectativas, intereses y actitud.

La estancia en el centro educativo ocupa una parte considerable del tiempo y espacio vital del alumno, pero no su totalidad. A menudo, la percepción de la estancia para el alumno está distorsionada por diversos motivos. Esto quiere decir que es fácil comprobar cómo el alumno está en el aula “sin estar” en ella. Esto se debe a que sus intereses, actitudes o comportamientos con los que se identifica, poco tienen que ver o son totalmente contrarios a los que el contexto escolar ofrece y/o exige.

En el contexto escolar, se produce una confrontación de exigencias y comportamientos que se hacen especialmente sensibles en la edad adolescente. El alumno empieza a tener conciencia de sí mismo y está experimentando su propia libertad, pero aún carece del conocimiento necesario sobre su entorno y sobre lo que le ocurre a él mismo.

Además, el sujeto sufre la presión familiar, la cual o bien le exige, o bien, se inhibe. En el contexto extraescolar, los personajes célebres no tienen nada que ver con los modelos que el contexto escolar propone en cuanto a comportamiento, valores y actitudes. La sociedad en general, tampoco ayuda. F.X.Moreno [11] explica que existe un sinfín de contradicciones en el panorama actual, ni la sociedad tiene claro qué se espera del sistema educativo, si debe formar íntegramente a la persona, si debe capacitarla para el mundo laboral (independientemente de su vocación o interés), si debe crear ciudadanos acordes con el sistema político de turno, etc.

## 5. Las Matemáticas en Secundaria

En primer lugar, se analizarán los resultados proporcionados por los informes PISA.

El Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o, también conocido como Informe PISA (*Programme for International Student Assessment*) se basa en el análisis del rendimiento de estudiantes a partir de unos exámenes realizados cada tres años en distintos países con el objetivo de determinar la valoración internacional de los alumnos. De la realización de las pruebas se encarga la OCDE. Las pruebas son estándar para todos los países y orientadas a estudiantes de 15 años. Sin embargo, aunque es considerado como un sistema objetivo de comparación, está expuesto a numerosas críticas [12].

El foco de esta evaluación se centra en cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones cotidianas y no sólo, ni principalmente, en conocer qué contenidos del currículo han aprendido. Se utiliza el concepto de alfabetización matemática, para referirse a la capacidad de los alumnos para utilizar sus competencias matemáticas con el propósito de afrontar los desafíos del futuro. Esta noción se define por L.Rico [13] como la capacidad individual para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades en la vida de cada individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo .

En la edición de 2012 participaron un total de 65 países de todo el mundo. Se evaluaron las competencias de matemáticas, lectura y ciencia. En las tres competencias analizadas, los alumnos españoles obtienen peores puntuaciones que el promedio de la OCDE y de la UE. En las competencias matemáticas los alumnos españoles obtuvieron 485 puntos, 10 puntos menos que los alcanzados por la media de la OCDE y 5 puntos menos que la media de la UE. Así pues, España se situaba en el número 25 en el ranking [14].

Los resultados obtenidos deberían generar cierta preocupación a la sociedad española, puesto que muestra cómo el sistema educativo español no está formando adecuadamente a sus alumnos. Al menos, no los estamos formando en aquellas competencias que el resto de países más desarrollados consideran prioritarias.

Algunas de las carencias de la Educación Secundaria y su repercusión en la enseñanza de las matemáticas han sido analizadas por Marín y Guerrero [15]. Estos autores indican que una de las causas del bajo rendimiento en esta asignatura se debe a la ausencia de planes de formación de profesores de Secundaria que contemplen los nuevos avances sobre el currículo de matemáticas,

la incorporación de las TIC y los procesos de aprendizaje basados en competencias.

J.G.Cegarra et al. afirma que el aprendizaje basado en competencias pretende que los alumnos desarrollen capacidades amplias que les permitan aprender y desaprender durante el transcurso de su vida, sabiendo amoldarse a lo que la situación les requiera en cada momento [16].

Una metodología que permite trabajar mediante competencias, es el ABP que se definirá y desarrollará en el siguiente capítulo de este trabajo.

## Capítulo 3

# Metodología: Aprendizaje Basado en Proyectos

No tengo ningún talento especial. Solo soy profundamente curioso.

---

*Albert Einstein*

El aprendizaje se puede ver como un proceso acumulativo autorregulado, dirigido, colaborativo e individual [6]. La labor del docente reside en crear experiencias y estrategias de enseñanza-aprendizaje que cambien el papel pasivo que hasta ahora había desempeñado el estudiante. Este debe pasar a ser activo y tener un pensamiento crítico con los conocimientos adquiridos dentro y fuera del aula [17]. Estudios demuestran que la retención del conocimiento adquirido después de 24 horas en un estudiante es de 5 % para clases magistrales, 50 % para discusión en grupo, 75 % para experiencias prácticas y 90 % por enseñar a otros [18]. Es por todo esto que es necesario utilizar metodologías que se adapten mejor a la nueva situación. El Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) es una buena opción que cumple todo lo anteriormente descrito.

En los últimos años el ABP se ha extendido notablemente en nuestro país debido a su gran impacto sobre el aprendizaje de los alumnos y alumnas. A pesar de que parece existir un extenso acuerdo sobre la gran utilidad de esta metodología, es un tema que carece de madurez científica por ahora.

Sin embargo, se tratará de mostrar las evidencias científicas que han sido reveladas recientemente sobre el ABP. Además de ver en qué consiste, definir los roles del profesor y del alumno, los beneficios de su aplicación y qué adversidades es posible encontrarse al ponerlo en práctica.

### 1. Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)

Como ya se ha comentado con anterioridad, la escasez de literatura científica en cuanto al ABP provoca inseguridad en aquellos que desean utilizarlo en sus aulas puesto que existe

incertidumbre sobre qué es exactamente y qué diferencias tiene con otras metodologías activas u otros términos como pueden ser “aprender haciendo”, “aprendizaje basado en problemas”, “aprendizaje basado en retos”, etc.

Así pues, se define el ABP por C.Ramussen et al. como un conjunto de tareas basadas en la resolución de preguntas o problemas a través de la implicación del alumno en procesos de investigación de manera relativamente autónoma que culmina con un producto final (proyecto) presentado ante los demás [19].

Otra definición ofrecida por M.Valero [20] es que el ABP es el aprendizaje que se produce como resultado del esfuerzo que hacen los alumnos para desarrollar un proyecto.

De acuerdo con E.Vargas et al. [5] el proyecto busca aplicar los conocimientos adquiridos sobre un producto o proceso específico, donde el alumno tendrá que poner en práctica conceptos teóricos para resolver problemas reales.

Atendiendo a las definiciones anteriores, se deduce con facilidad que tanto el rol del profesor como el del alumno son muy diferentes en esta metodología en comparación con los que tienen en la enseñanza tradicional.

Con tal de aprovechar al máximo el ABP, los docentes deben crear un clima de aprendizaje en el aula, lo que conlleva, modificar el espacio en caso de que sea necesario, dando acceso a la información, modelando y guiando el proceso. Además, el docente deberá animar a usar procesos de aprendizaje metacognitivos, reforzar los esfuerzos grupales e individuales, diagnosticar posibles problemas, proporcionar soluciones, ofrecer retroalimentación y, por último, evaluar los resultados [5]. Se entiende la metacognición en este contexto como la capacidad del ser humano de reflexionar sobre sus propios procesos de aprendizaje. Con esta metodología el profesor deja de ser el centro de atención en las clases, en cambio, éstos deben actuar como meros orientadores del aprendizaje con el fin de que los alumnos adquieran autonomía y responsabilidad en su aprendizaje [21]. Como bien establece Restrepo [22], el docente que emplee esta metodología debe ser especialista en el método, manejar bien el grupo, coordinar la autoevaluación y otros métodos de evaluación significativos. Además debe motivar, reforzar, facilitar pistas, ser flexible ante el pensamiento crítico de los alumnos, conocer y manejar el método científico y disponer de tiempo para atender posibles inquietudes y necesidades que puedan tener los alumnos.

Tal y como se ha comentado, en el ABP el profesor ya no es la pieza fundamental del proceso, sino que su importancia reside en garantizar que el alumno asuma su rol y adquiera las responsabilidades que ello conlleva. Según J.W.Thomas [23] es necesario que el alumno se involucre en un proceso sistemático de investigación, el cuál implica toma de decisiones en cuanto a las metas de aprendizaje, indagación en el tema y construcción de conocimiento. Además, tal y como apunta O.S.Tan et al. [24], como existen tiempos de trabajo sin supervisión por parte del docente, el alumno experimenta un mayor grado de autonomía que proporciona al mismo tiempo experiencias más positivas y una percepción favorable hacia este tipo de estrategias metodológicas, además de fomentar más responsabilidad que los métodos tradicionales.

Según un estudio de la Victoria University [25], el ABP retará a los estudiantes a trabajar en niveles altos de exigencia, requiriéndoles:

- Pensar crítica, creativa y colaborativamente.
- Desarrollar competencias globales.
- Acceder a conocimientos propios de la disciplina en cuestión.
- Desarrollar habilidades orales y escritas efectivas.
- Aplicar los nuevos conceptos adquiridos diseñando un producto.
- Valorar su propio aprendizaje.
- Desarrollar la propia autonomía e independencia.
- Integrar tecnología significativa.

### 1.1. Claves del ABP

Según Miguel Ángel Pereira [26] [27], en los siguientes apartados podemos encontrar las ideas principales que cualquier docente que desee implementar un ABP debería tener en cuenta.

#### Condiciones básicas

Las condiciones básicas, o bien generales, para que un APB sea coherente son:

1. Los alumnos deben estar convencidos de que les interesa realizar un proyecto sobre ese tema. Es decir, deben tener interés y motivación suficiente hacia el proyecto planteado.
2. El proyecto debe tener un objetivo claramente educativo.

#### Condiciones imprescindibles

Las condiciones imprescindibles para que un proyecto tenga sentido son:

1. Desarrollo de contenidos significativos: debido a la gran inversión de tiempo que en el ABP se da a experimentar e investigar por parte del alumnado, resulta obvio que mediante esta metodología no es posible abarcar quizá la misma gama de contenido que otras metodologías. Sin embargo, los contenidos que se trabajan se ven con más detalle. Consecuentemente, el docente tiene la obligación de escoger los contenidos, objetivos y competencias más significativos, tomando como referencia el currículo y también, como no, su punto de vista.
2. Necesidad de saber: el docente debe encargarse de motivar al alumnado de tal forma que tenga necesidad de conocer nuevos conceptos. Es buena idea iniciar el proyecto mediante una actividad (debate, vídeo, ...) que despierte el interés de los alumnos y dé pie a la formulación de preguntas.



## Elementos básicos

Los elementos básicos que deben aparecer en cualquier proyecto que se desee llevar a cabo son:

- Pregunta guía (*Driving question*):

Después de tener planteada la situación, se debe formular una pregunta, la respuesta de la cual guiará el proyecto. La pregunta debe ser clara, con respuesta abierta y, además, debe conectar las competencias y conocimientos que se desea que los alumnos adquieran. Un ejemplo de situación y pregunta guía que implementó Carlos Morales [28] en sus clases sería la siguiente:

- Situación: Paula, Licenciada en Ciencias Físicas, debía enfrentarse a un sinfín de situaciones en su viaje a Tunguska (Siberia) para analizar el escenario del impacto del meteorito homónimo ocurrido en 1908. Una vez allí, nuestra protagonista descubría que un nuevo meteorito se acercaba a la Tierra: Tunguska 2. Y decidía, junto a sus colegas matemáticos Palátnik Korpev y Nina Kovalevskaja, escribir una carta al Near Earth Objects Program, una división del JPL de la NASA, explicando detalladamente cómo destruirlo mediante el lanzamiento de sendos misiles nucleares.
- Pregunta guía: ¿cómo podía detener Paula y sus amigos el misil Tunguska 2?

El alumnado estaba organizado en equipos de 3 y hacían uso de software libre matemático OpenOffice Calc, wxMaxima, Google Maps, foros y wikis de equipo y foros de gran grupo. En la aventura debían aplicar toda un sinfín de contenidos: áreas, perímetros, escalas, fórmulas, cambios de unidades de todo tipo, porcentajes, proporciones, gráficos estadísticos, ecuaciones de primer grado, funciones afines y lineales, coordenadas geográficas, interpretación de gráficas, criptografía básica con funciones de dos variables, etc. Se trataba de una actividad enfocada a alumnado del segundo ciclo de la ESO.

- Autonomía a los estudiantes (*Voice and choice*)

Los alumnos son los protagonistas de esta metodología, por lo que deben ser partícipes de la misma opinando, eligiendo y tomando las decisiones pertinentes. No obstante, en ocasiones, la teoría queda lejos de la realidad en las aulas, por lo que podemos establecer diferentes niveles de autonomía en los alumnos.

- Bajo: se comunica a los alumnos qué tema tienen que estudiar e incluso como diseñar, crear y presentar los productos finales.
- Intermedio: se propone una serie limitada de opciones con el fin de no saturar a los alumnos con la oferta de posibilidades.
- Alto: todas las decisiones deben ser tomadas por parte de los alumnos. Esto incluye, la elección del tema y de la pregunta guía, qué producto realizar y qué proceso seguir.

- Inclusión de competencias del siglo XXI:

El proyecto debe incluir también competencias propias de nuestro siglo, como son: colaboración, comunicación, pensamiento crítico y uso de nuevas tecnologías. En el caso de las nuevas tecnologías, su uso debería enseñarse de forma explícita (ofreciendo tutoriales, consejos, materiales,...) y dando oportunidades para que pongan en práctica dichos conocimientos durante el proyecto.

- Investigación e innovación:

Realmente se da un proceso de investigación cuando tiene lugar la siguiente situación: los alumnos plantean sus propias preguntas, buscan recursos y las responden, reflexionan de forma crítica, revisan su material y establecen conclusiones propias. Así pues, este proceso de investigación produce una innovación real, es decir, aparecen nuevas preguntas, nuevos productos y nuevas soluciones. Por último, como objetivo se encuentra la generación de dudas, la crítica y la colaboración.

- Revisión y retroalimentación:

Al trabajar en grupos, los alumnos se revisan mutuamente los trabajos tomando como referencia las rúbricas proporcionadas por el docente, o los ejemplos ofrecidos. Respecto a las rúbricas, es esencial que los alumnos aprendan a evaluar sus propios trabajos o los de sus compañeros mediante las mismas. También, deben aprender de sus errores, por lo que el docente debe garantizar que existe una retroalimentación en el proceso de ABP.

- Presentación pública del trabajo:

La idea es exponer el proyecto realizado a un público general, es decir, no solo se exhibirá el producto final a compañeros y profesores, sino que podrá estar al alcance de cualquier persona externa a ese ámbito. Cabe destacar que existen infinidad de formatos en los que es posible presentar y exponer el proyecto, dependerá en cada caso de las características del grupo en cuestión.



Figura 3.1: Fases del proyecto.

## 1.2. Beneficios del ABP

Las ventajas del ABP sobre el aprendizaje están ampliamente aceptadas. A pesar de que existan pocos estudios científicos, los que hay apoyan esta hipótesis:

- De acuerdo a lo establecido por Martínez, Herrero, González y Domínguez [29] los alumnos que trabajan con proyectos mejoran notablemente sus habilidades para trabajar en equipo,

se esfuerzan más, aprenden a realizar exposiciones y presentaciones en diversas plataformas, mejoran la profundización de conceptos y abordan contenidos transversales a otras asignaturas, detectan posibles errores fácilmente, controlan mejor la presión en época de exámenes y tienen mejor relación con el profesor y sus compañeros. Además, a los alumnos la asignatura en sí les resulta más accesible, amena, fácil, motivadora e interesante.

- D.Mioduser y N.Betzer afirman que aquellos alumnos que aprenden con esta metodología, frente a los que utilizan un método tradicional, presentan mejores calificaciones en los exámenes, desarrollan habilidades de aprendizaje autónomo, tienen una mente abierta y recuerdan lo aprendido durante más tiempo [30].
- Según Restrepo [22] el ABP vincula conocimientos previos a los recién adquiridos, y aumenta el interés por el área en cuestión. De esta manera se mejora el estudio autónomo, la habilidad de resolución de problemas y también se desarrollan otras capacidades como el razonamiento crítico, la interacción social y la metacognición.
- Un estudio realizado por W.J.Stepien et al. [31] con una muestra de alumnos pertenecientes a la facultad de Illinois Mathematics and Science Academy (IMSA) y la Chicago Academy of Science afirma que el grupo que realizaba ABP obtuvo mejores resultados a la hora de solucionar problemas, identificar la información necesaria para el problema, generar posibles soluciones, identificar recursos fiables de información o escribir justificaciones sobre las que basar la solución elegida.
- El ABP mejora la satisfacción con el aprendizaje y prepara mejor a los estudiantes para que afronten exitosamente situaciones reales que puedan encontrar en su futuro laboral según K.Willard y M.W.Duffrin [7].
- Según un estudio realizado por Rodríguez Sandoval [5] con respecto al proceso de investigación que habían llevado a cabo una muestra de alumnos, el 30 % de los estudiantes calificaban como “bien” su aprendizaje y el 60 % como muy bien.

### 1.3. Inconvenientes del ABP

Como cualquier metodología, tiene efectos positivos y otros no tan positivos. Éstos pueden causar serias dificultades al docente a la hora de iniciarse en el ABP, puesto que es un proceso relativamente complejo. Se han detectado dos tipos de dificultades, las referidas a los estudiantes y las referidas a los profesores.

#### Dificultades para los alumnos

Las dificultades que encuentran los estudiantes al enfrentarse a la implementación de un ABP están relacionadas con generar preguntas científicas significativas, controlar el tiempo, transformar información en conocimiento y ser capaces de justificar mediante argumentos lógicos sus tesis [32].

### **Dificultades para los profesores**

No solo los estudiantes sienten tener dificultades, sino que los profesores también. El docente encuentra obstáculos con esta metodología ya que produce una elevada carga de trabajo, es más difícil de organizar y evaluar los diferentes proyectos como ha demostrado D.Mortermans et al. [6].

Otro estudio afirma que los docentes que aplican dicha metodología encuentran problemas a la hora de controlar diversos aspectos como el tiempo, el manejo del aula, el apoyo al aprendizaje de los alumnos, el uso de la tecnología y la evaluación. Respecto al tiempo, los proyectos suelen durar más de lo previsto normalmente. Además, de todos los problemas, el más frecuente resulta ser el control sobre el aula, puesto que el profesor debe encontrar un equilibrio entre dejarles libertad suficiente para que trabajen de forma autónoma y que exista cierto orden. En cuanto al apoyo al aprendizaje, el docente suele dudar sobre si les dejan demasiada o muy poca libertad. También, resulta problemático realizar un uso adecuado de las TIC como herramienta que fomente el desarrollo de competencias en los estudiantes y no solo como herramienta de apoyo para el profesor. Finalmente, la evaluación de los proyectos es una ardua tarea debido a la complejidad que reside en saber valorar la adquisición de habilidades y destrezas adquiridas, y la memorización de contenidos pasa a un segundo plano [33].

## **2. Aprendizaje Basado en Proyectos Colaborativos (ABPC)**

Perfilando un poco más la definición del tipo de aprendizaje que deseo presentar en este trabajo, realmente, me gustaría hacer referencia al aprendizaje basado en proyectos colaborativos, que se fundamenta bajo las mismas bases que hemos visto en secciones anteriores para el ABP. Según Thomas [23] y Gülbahar [34], el ABPC puede definirse como una metodología didáctica que organiza el proceso de enseñanza y aprendizaje mediante la elaboración de proyectos de forma colaborativa en grupos de estudiantes.

P.Dillembourg declara que es posible considerar un proceso de aprendizaje colaborativo cuando un grupo de alumnos se dedica de forma coordinada, y durante un tiempo determinado, a resolver un problema o realizar una actividad de manera conjunta [35]. Por lo que, la colaboración entre alumnos debe ser el resultado de:

- La existencia de objetivos grupales que superen a los del propio individuo.
- Grado de intersubjetividad suficiente para que todos los miembros del grupo entiendan la situación de la misma forma.
- Proceso de corresponsabilización mutua entre los miembros ante el proyecto a desarrollar mediante estructuras de trabajo en grupo [36].
- Proceso de interacción educativa que muestre estructuras de actividad dialógica característica del trabajo mediante proyectos colaborativos [37].
- La generación de un producto como resultado de la contribución de todos los miembros del colectivo.

Además de los beneficios que reporta trabajar con ABP, cabe añadir los que proporciona el aprendizaje colaborativo[38]

1. Fomenta el aprender a aprender. Los alumnos pueden construir su propio conocimiento interactuando con el resto de compañeros. Se consigue así un aprendizaje significativo.
2. Genera interdependencia positiva. Todos los miembros del grupo dependen unos de otros, y tienen un mismo objetivo común que les lleva a confiar, apoyarse y valorarse entre sí.
3. Refuerza la autonomía del alumno puesto que éste se responsabiliza de una tarea y contribuye con ella a alcanzar un objetivo común fijado por el grupo.
4. Promueve los valores de la responsabilidad, la solidaridad, el trabajo en equipo y la comunicación.
5. Mejora las relaciones interpersonales y las competencias sociales.
6. Los estudiantes procesarán la información de manera conjunta y aprenderán de ello.
7. Facilita la atención a la diversidad. Los propios estudiantes se transforman en profesores de sus compañeros al compartir sus conocimientos.
8. Aumenta la autoestima de los alumnos y alumnas al sentirse útiles y valorados por sus compañeros.
9. Desarrolla la capacidad autocrítica de los estudiantes debido al continuo proceso de auto-evaluación.
10. Motiva a los estudiantes, despierta interés e implicación en la materia.

En la figura 3.2 se muestra cuáles son los aspectos clave de esta metodología [38].



Figura 3.2: Claves del aprendizaje colaborativo.

### 3. ABP en la educación matemática

La mayor parte de la bibliografía disponible aborda este enfoque metodológico desde un punto de vista estrictamente teórico y resulta realmente difícil encontrar proyectos completos desarrollados. Incluso el APB, en ocasiones, parece ser más una metodología característica de Infantil, Primaria o Universidad, pero no de Secundaria que es el objeto de estudio de este Máster. Sin embargo, esto no debería desalentar al docente en absoluto.

Hasta ahora, como afirma K.Robinson, se había trabajado transmitiendo el *saber* empaquetado en tomos, como resultado de una concepción jerarquizada de la enseñanza y del conocimiento [39]. Esta visión de la educación está centrada básicamente en los contenidos, pero no en lo que debería ser lo fundamental: el aprendizaje. Es por todo esto que es necesario reflexionar sobre la situación actual, ya no es suficiente memorizar conceptos con el objetivo de plasmarlos en un examen e inmediatamente olvidarlos días más tarde. Ahora, es esencial saber identificar los conceptos, aplicarlos, integrarlos, adaptarlos y hay que preparar al alumnado para que sepa enfrentarse a una sociedad que se encuentra en un cambio continuo y cuyas demandas van más allá del uso de las TIC. Es necesario formar estudiantes críticos y versátiles.

Analizando un poco más en profundidad la estructura de los contenidos de cualquier curso de Matemáticas, encontramos que la programación consta de un conjunto de unidades didácticas, las cuales constan a su vez de unas cuantas aplicaciones para cada uno de los contenidos. Es decir, el alumno aprende el concepto junto a cómo llevarlo a la práctica en diferentes situaciones. Sin embargo, esta metodología tiene serias carencias:

- Los alumnos no logran experimentar la aplicación real y combinada de los contenidos vistos. Desde el punto de vista de las competencias básicas, la exploración de las dimensiones de la competencia básica matemática queda totalmente condicionada por la naturaleza lineal de la programación que se propone en los centros de secundaria.
- No se resuelven problemas reales. A pesar de que no se sabe la solución, sí se conoce cuál es la rutina que se debe aplicar para llegar a ella, por lo que los alumnos se ahorran el identificar qué herramienta matemática es la necesaria para una correcta resolución. De hecho, los docentes partícipes de métodos tradicionales deberían hacerse la siguiente cuestión: ¿Una hoja llena de “problemas de sistemas de ecuaciones” es realmente una hoja de problemas?

Gracias al ABP, la programación del curso de matemáticas cambiaría radicalmente pasando a ser ahora un conjunto de proyectos y problemas reales que deben realizarse mediante una aplicación reflexiva, organizada y combinada de contenidos que en su origen pertenecían a temas diferentes. En primer lugar, será reflexiva en cuanto a que el alumnado sabrá en todo momento qué es lo que está aprendiendo y aplicando. En segundo lugar, será planificada ya que los alumnos, junto a la ayuda del docente, elaborarán un plan con el fin de alcanzar los objetivos demandados por el proyecto, identificarán las fases necesarias y las herramientas que se necesitarán aplicar en cada fase (en caso de conocerlas previamente), si no es el caso, aprenderán dichas herramientas matemáticas requeridas incluyéndolas a su bagaje personal. Por último, será combinada porque plantear problemas reales conlleva la incorporación de contenidos de diversas fuentes.

Resulta obvio que la tarea de exploración de fuentes bibliográficas para elaborar los proyectos es notablemente más compleja que para construir las antiguas unidades didácticas. No es fácil transformar una secuencia de unidades didácticas en proyectos.

Dado cierto proyecto, cualquier alumno tendrá que ser capaz de:

- (P) Planificar su resolución o realización.
- (I) Identificar las herramientas necesarias para resolver cada fase del proyecto.
- (A) Aprender el uso de la herramienta matemática requerida en dicho instante, si no se conoce, el docente la introducirá hasta el grado que el considere necesario para dicho proyecto.
- (U) Usar reflexivamente la herramienta matemática requerida.

Carlos Morales [28] realizó un proyecto en las aulas de 3º y 4º de ESO y extrajo las siguientes conclusiones:

- A pesar de que el alumnado se sintiese desorientado durante las primeras sesiones, luego esa misma desorientación se transformaba en admiración por la nueva visión del mundo de las Matemáticas.
- Los alumnos adquirían confianza en sus propias habilidades como expertos en Matemáticas. Uno de los alumnos declaró que “ahora me veo como un carpintero que, ante un mueble a construir, va sacando y empleando las herramientas que necesita”.

Además, en ese estudio se demuestra que el ABP no solo cubre los contenidos demandados por el currículo sino que estos contenidos son integrados y combinados en problemas y proyectos reales que generan, al mismo tiempo, aprendizajes que van mucho más allá del área de las Matemáticas y que dota a los alumnos de autonomía, iniciativa, espíritu crítico, creatividad, capacidad de trabajo en equipo, visión global de las Matemáticas (y de las Ciencias) y muchos aspectos más.

Según indica C.Morales [28], estamos en un momento clave, nuestra sociedad se caracteriza por el cambio constante y esto conlleva a que es necesario formar ciudadanos que sean capaces de adaptarse. Para ello, primero hay que adaptar los centros a las nuevas demandas de la sociedad. Todo esto, también conllevará cambios significativos en el rol del docente, surgirán nuevas posibilidades de crecimiento personal y profesional junto a un cambio en la percepción y valoración social de su labor.

Esta metodología, cuenta cada vez con más adeptos:

1. Erkki Phkonnen, Catedrático de Matemáticas en la Universidad de Helsinki, quien afirma que el ABP es uno de los caminos a seguir para mejorar la Educación Matemáticas [40].
2. Una de las universidades más prestigiosas de Singapur, Republic Polytechninc, ha adoptado a nivel institucional esta metodología y organiza anualmente los Congresos Internacionales de ABP.
3. La Comisión Europea señala al ABP y al Aprendizaje Basado en Problemas como claves fundamentales en la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Ciencias en Europa.
4. El Informe Rocard [41] y el ISTE (mayor congreso a nivel mundial de las TIC), apunta a estas metodologías como vertebradoras de integración de las TIC en el aula.



## Capítulo 4

# Desarrollo de la Unidad Didáctica

### 1. Contextualización del centro

El centro en el que se realizó la estancia en prácticas y en el que se ha desarrollado esta unidad didáctica ha sido el centro de Educación Secundaria Vicent Sos Baynat. Es un instituto público ubicado en Castellón de la Plana y fundado en 1980.

En el curso actual 2014-2015 se han matriculado en el centro 565 alumnos procedentes en su mayoría de los centros adscritos CEIP Sanchis Yago, CEIP Bernat Artola y del acuerdo con el Conservatorio Profesional de Música Mestre Tárrega. Los alumnos y alumnas de Secundaria han sido distribuidos en 20 grupos. Existen grupos de enseñanza en valenciano, grupos de incorporación progresiva al valenciano y otros que son mixtos en lo referente al idioma.

### 2. Características de los grupos

La unidad didáctica ha sido desarrollada para los siguientes grupos de 3º de ESO:

- 3º ESO A: está compuesto por 27 alumnos/as, 14 de los cuales son chicos y 13 chicas. Existen dos repetidoras, y además cuatro alumnos/as llevan asignaturas pendientes de 2º de ESO. También cabe destacar que uno de los alumnos está en clase por obligación totalmente, y no participa de ninguna manera. A pesar de que los docentes y sus padres hayan intentado motivarle de alguna forma, no ha habido ningún resultado satisfactorio, por lo que simplemente está esperando cumplir 16 años para abandonar los estudios. La cantidad de alumnos participativos ronda la mitad de la clase, el resto no tienen una actitud muy favorable hacia la asignatura, aunque, respetan al resto de compañeros. Por otro lado, también hay una alumna con síndrome de Down. Los alumnos/as están acostumbrados a convivir con ella en clase, ya que, se ha intentado desde el colegio mantener siempre el mismo grupo. Esta alumna solo asiste al centro 3 días a la semana y no entra en todas las clases, porque suele ir con el profesor de PT o la orientadora. Sin embargo, en clase de matemáticas sí entra dos días por semana, pero no sigue el mismo nivel que sus

compañeros, sino que tiene su material aparte equivalente a un nivel de 2º de Primaria. No obstante, aunque lleva su propio material, la mayoría de las veces ella no quiere hacer nada e intenta distraer al resto de compañeros del grupo. Al no haber otro profesor de apoyo en clase, es difícil dedicarle especial atención, porque sino, el resto de grupo desconecta rápidamente. De esta manera, si ella decide no hacer nada, no se le suele poner demasiadas peguas y todas las partes (padres y equipo docente) están de acuerdo en que sea así. Por último, decir que se me aconsejó no incluir en los grupos cooperativos a esta alumna porque ella tiene su propio material y ritmo, así que no estará contemplada en la programación y aplicación de la unidad didáctica.

El profesor ha conseguido mantener un clima de trabajo en el aula excepcional, y están muy habituados a trabajar en grupos cooperativos. A pesar de que en clase se implican bastante, en casa no sucede lo mismo, y su nivel de esfuerzo a la hora de estudiar para los exámenes es notablemente menor.

- 3º ESO B: está compuesto por 29 alumnos/as, 19 de los cuales son chicas y 11 chicos. Existen dos repetidoras, y además 3 alumnos/as con asignaturas pendientes de 2º de ESO. En este grupo no creo que deba destacar nada en ningún alumno, pero quizá sí el ambiente en general. Al igual que el otro grupo, más o menos, la mitad de la clase tiene ganas de participar y aprender, pero el resto no tanto. Además, son alumnos que no están acostumbrados a trabajar en casa, por lo que cuando llegan los exámenes, los resultados no son tan buenos como deberían ser, aunque realmente podrían hacerlo muchísimo mejor.

### 3. Objetivos

1. Conocer y manejar la nomenclatura propia de las sucesiones y familiarizarse con la búsqueda de regularidades numéricas.
2. Conocer y manipular con desenvoltura las progresiones aritméticas y geométricas y aplicarlas a situaciones problemáticas.

### 4. Competencias

#### Matemática

- Entender el concepto de sucesión.
- Dominar los conceptos de progresiones para poder resolver problemas numéricos.

#### Comunicación lingüística

- Entender un texto científico con la ayuda de conocimientos que se han estudiado sobre sucesiones y progresiones.
- Expresarse correctamente utilizando vocabulario específico del ámbito matemático.

- Realizar una exposición oral con claridad y fluidez.

### **Conocimiento e interacción con el mundo físico**

- Utilizar aquello que se ha aprendido sobre progresiones para describir fenómenos de la vida real y de la naturaleza.

### **Tratamiento de la información y competencia digital**

- Saber utilizar Internet para encontrar información.
- Utilizar dispositivos móviles o cámaras para grabar vídeos.
- Saber usar programas de edición de vídeos.

### **Cultural y artística**

- Descubrir el componente lúdico de las matemáticas.
- Crear contenido audiovisual propio en el que puedan plasmar su creatividad.

### **Aprender a aprender**

- Valorar el aprendizaje con razonamientos matemáticos como fuente de conocimientos futuros.

### **Desarrollo de la autonomía e iniciativa personal y competencia emocional**

- Aprender procedimientos matemáticos que puedan adaptar a diferentes problemas.

## **5. Contenidos**

### **Conceptuales**

- Sucesiones:
  - Sucesión y término.
  - Término general.
  - Forma recurrente.

- Progresiones aritméticas:
  - Progresión aritmética.
  - Diferencia.
  - Relación entre los diferentes elementos de una progresión aritmética.
  - Suma de los primeros  $n$  términos de una progresión aritmética.
- Progresiones geométricas:
  - Progresión geométrica.
  - Razón.
  - Suma de los primeros  $n$  o infinitos términos de una progresión geométrica dependiendo de la razón.
- Problemas de progresiones:
  - Aplicación de las progresiones (aritméticas y geométricas) a la resolución de problemas teóricos o prácticos.

## Procedimentales

- Sucesiones:
  - Obtener los términos de una sucesión dado su término general.
  - Hallar el término general de una sucesión dado los primeros elementos.
  - Obtener los términos de una sucesión dada en forma recurrente.
  - Obtener la forma recurrente a partir de algunos términos de la sucesión.
- Progresiones aritméticas:
  - Obtener un término a partir del resto de términos dados.
  - Obtener la diferencia en una progresión aritmética.
  - Hallar el término general de una progresión aritmética dados los primeros términos.
  - Sumar los  $n$  términos consecutivos de una progresión aritmética.
- Progresiones geométricas:
  - Obtener un término a partir del resto de términos dados.
  - Obtener la razón en una progresión geométrica.
  - Hallar el término general de una progresión geométrica dados los primeros términos.
  - Sumar los  $n$  términos consecutivos de una progresión geométrica en el caso de que la razón  $r$  verifique  $|r| > 1$ .
  - Sumar los infinitos términos de una progresión geométrica en el caso de que la razón  $r$  verifique  $|r| < 1$ .

### Actitudinales

- Valoración personal positiva al apreciar la utilidad de las capacidades adquiridas.
- Curiosidad por la aparición de las sucesiones y progresiones en la vida real.

## 6. Metodología

A pesar de que mi intención desde un principio fue realizar un proyecto con el fin de que los alumnos realizasen un ABP, tuve que adaptar esta metodología al tiempo y las necesidades de los grupos.

Ya que tenía claro que debían trabajar en grupos colaborativos, la primera tarea a realizar fue diseñar los grupos. Los formé de manera que estuviesen equilibrados y traté de que en cada grupo hubiesen alumnos con características y motivaciones diferentes. La idea era que aprendiesen unos de otros y supliesen entre ellos las posibles carencias que pudiesen existir. Como no conocía a los alumnos de antemano, pedí consejo al tutor y me proporcionó información suficiente sobre ellos. Así pues, los alumnos trabajaron durante todas las sesiones en grupos. Los grupos tenían entre 4 o 5 componentes, por lo que en la clase de 3º ESO A había un total de 6 grupos y en la clase de 3º ESO B había 7 grupos.

Dadas las características de ambas clases de 3º de ESO, y además, teniendo en cuenta que era la primera vez que iban a realizar un proyecto en grupos colaborativos en clase (que tuviese el mismo peso que un examen cualquiera), el tutor me sugirió que realizase unas pautas para el proyecto muy guiadas. Por lo que, la idea de realizar una sola pregunta guía se descartó desde un principio. Así pues, dividí el proyecto en 3 partes: sucesiones, progresiones aritméticas y progresiones geométricas. En cada una de esas partes, les especificué qué era lo que esperaba de ellos. Esto se hizo, sin proporcionarles ejercicios claros y comunes a todos, eran ellos quienes decidían qué ejemplos querían mostrarme en sus respectivos proyectos. En el anexo II de este trabajo se pueden encontrar los documentos que proporcioné como guía en cada una de estas partes.

Durante las clases, no se realizaba el proyecto, puesto que éste debían elaborarlo ellos por su cuenta fuera del horario de clases, de manera que fuesen autónomos. Ahora bien, dado que era la primera vez que se enfrentaban a este tema y no tenían las herramientas matemáticas necesarias en su poder para realizar el proyecto, las clases fueron utilizadas para explicarles lo necesario. Utilicé un método tradicional expositivo para las partes teóricas, y en cambio para las prácticas, trabajaban en grupos.

Las partes más prácticas de las clases procuraba que realizasen ejercicios en los cuales tuviesen que evaluar las actividades del resto de sus compañeros. Así que, solía plantear problemas independientes por grupos y a continuación, les hacía intercambiar sus resultados. De esta manera, tenían que resolver de nuevo otro ejercicio y además pensar de qué manera sus compañeros habían llegado al resultado y si estaba bien o mal. Por último, siempre se proporcionaba la solución correcta a cada uno de los ejercicios propuestos en clase.

La planificación de las 6 sesiones fue la que se muestra en la siguiente figura. Ésta fue respetada debido a que no contaba con más sesiones y necesitaba acabar la unidad por completo. Aunque sí hubiese necesitado de más sesiones ya que los alumnos durante las clases aprovechaban para hacer preguntas relacionadas sobre su proyecto y era normal que se fuese parte del tiempo en este tema.

|                             |          |   |
|-----------------------------|----------|---|
| <b>Martes 05/05/2015</b>    | 3º ESO B | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introducción del proyecto.</li> <li>- Definición del concepto de sucesión, término y término general.</li> <li>- Cómo hallar el término general de una sucesión.</li> </ul>  |
| <b>Miércoles 06/05/2015</b> | 3º ESO A | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introducción del proyecto.</li> <li>- Definición del concepto de sucesión, término y término general.</li> <li>- Cómo hallar el término general de una sucesión.</li> </ul>  |
| <b>Jueves 07/05/2015</b>    | 3º ESO A | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definición del concepto de progresión aritmética y diferencia.</li> <li>- Cómo hallar el término general de una progresión aritmética.</li> <li>- Cómo hallar la suma de los primeros <math>n</math> términos de una progresión aritmética.</li> </ul> |
| <b>Viernes 08/05/2015</b>   | 3º ESO B | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definición del concepto de progresión aritmética y diferencia.</li> <li>- Cómo hallar el término general de una progresión aritmética.</li> <li>- Cómo hallar la suma de los primeros <math>n</math> términos de una progresión aritmética.</li> </ul> |
| <b>Lunes 11/05/2015</b>     | 3º ESO A | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definición del concepto de progresión geométrica y razón.</li> <li>- Cómo hallar el término general de una progresión geométrica.</li> </ul>   |
|                             | 3º ESO B | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definición del concepto de progresión geométrica y razón.</li> <li>- Cómo hallar el término general de una progresión geométrica.</li> </ul>   |
| <b>Martes 12/05/2015</b>    | 3º ESO B | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cómo hallar la suma de los primeros <math>n</math> términos de una progresión geométrica dependiendo de su razón.</li> </ul>   |
| <b>Miércoles 13/05/2015</b> | 3º ESO A | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cómo hallar la suma de los primeros <math>n</math> términos de una progresión geométrica dependiendo de su razón.</li> </ul>   |
| <b>Jueves 14/05/2015</b>    | 3º ESO A | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Repaso de los conceptos y fórmulas del tema mediante un test.</li> <li>- Cuestionario sobre valoración personal.</li> </ul>  |
| <b>Viernes 15/05/2015</b>   | 3º ESO B | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Repaso de los conceptos y fórmulas del tema mediante un test.</li> <li>- Cuestionario sobre valoración personal.</li> </ul>  |

Figura 4.1: Programación de lo que se realizó en las clases por días.

Sobre el formato de entrega cabe destacar que quería que pusieran en práctica sus habilidades creativas y utilizaran las nuevas tecnologías. Además, el tutor me comentó que los trabajos anteriores los habían realizado en formatos comunes como editores de textos, diapositivas, etc. Pero se había observado que las familias solían ayudar a la elaboración de los mismos, y que los alumnos se despreocupaban de su realización. De este modo, decidí que el formato de entrega fuese más novedoso y, al mismo tiempo, que garantizase que era trabajo propio, y estas condiciones las cumplía el vídeo. Cada grupo debía hacer entrega de un vídeo en el que explicasen paso a paso lo que se demandaba en cada parte, y además, era obligatorio que apareciesen en él todos los miembros del grupo.

Respecto a las condiciones que debían respetar cada uno de los trabajos se encuentran:

- Se considerará plagio de material disponible en Internet si éste y el contenido del proyecto se asemejan en más de un 40 %.
- En caso de plagio entre grupos, se considerará original el primer trabajo entregado.
- En el vídeo deberá aparecer y hablar todos los componentes del grupo.
- El vídeo deberá ser entregado mediante correo electrónico. Fecha límite: 15 de mayo.
- El formato de entrega del vídeo será *mp4*.
- La duración máxima del vídeo será de 17 minutos.

Las condiciones que no fueron respetadas en absoluto son las del formato y fecha de entrega del proyecto. Tuvieron una cantidad enorme de problemas a la hora de enviarme el vídeo. Intenté solventar cada uno de los problemas atendiendo a cada grupo de manera individual. Si no hubiese atendido a estos problemas no hubiese tenido prácticamente ningún proyecto para evaluar. Realmente, fueron poco responsables en este aspecto, ya que la mayoría decidió esperar a última hora para enviar el vídeo y, obviamente, como a la mayoría de la gente se encontraron dificultades la primera vez que se enfrentaban a este reto.

Si es verdad que no hubo ningún caso de plagio entre grupos, a todos les importaba bastante aprobar en esta ocasión, por lo que se molestaron en crear su propio trabajo original.

A pesar de que la esencia del ABP es que en el proyecto deban resolver un problema de la vida real, no pude realizar una tarea de este nivel ya que tan solo contaba con 6 sesiones para explicarles las herramientas matemáticas necesarias. Por lo que debían ir realizando el proyecto a medida que avanzaban las sesiones. Además, por directrices de su tutor, se decidió que fuese un trabajo mucho más pautado en el que se dividiría el proyecto en 3 apartados correspondientes a sucesiones, progresiones aritméticas y geométricas.

## 7. Evaluación y valoración

Tras exponer a los alumnos durante la primera sesión qué es lo que iban a realizar y hacer conmigo durante mi estancia, recibí bastantes pegos en cuanto que para ellos era algo muy novedoso entregar un vídeo en grupo como proyecto y se sentían mucho más inseguros que realizando un trabajo en Word, o incluso, algunos/as preferían hacer examen. Tardé un par de sesiones en calmar a ambos grupos e intentar hacerles ver que realizar un proyecto colaborativo audiovisual no era realmente un problema tan grande, puesto que podían grabarse mediante móvil (que todos disponían de uno) o cámaras, y además, no hacía falta que estuviesen todos reunidos para grabarse, sino que, podían hacerlo por separado y después juntar todos los vídeos en uno solo. Finalmente, conseguí que todos/as cogiesen algo más de seguridad en sí mismos y tomasen el proyecto con algo de ilusión y motivación, puesto que era una oportunidad muy buena para subir su media del curso en la asignatura sin depender exclusivamente de sus capacidades memorísticas.

El método de evaluación fue mediante rúbrica. Los porcentajes con los que iba a evaluar cada parte, tuvieron que sufrir pequeños cambios, al darme cuenta que realmente los alumnos estaban muy angustiados sobre si iba a evaluar sus dotes como “productores de cine”, por lo que llegamos al acuerdo de que todos intentarían hacerlo lo mejor posible en cuanto a lo creativo, y tampoco veía justo valorar esta parte ya que es muy subjetiva. Por lo que dí más peso al contenido práctico. Finalmente, la rúbrica de trabajo establecida es la que se encuentra en la figura 4.2.

Era la primera vez también que veían una rúbrica, por lo que tuve que invertir parte del tiempo en explicarles de qué se trataba y cómo funcionaba, cuánto valía cada porcentaje, cómo se calculaba la nota, etc.

| Ítem a puntuar                                  | Entre 0 y 1   | Entre 1 y 2  | Entre 2 y 3   |
|---|---|--|---|
| <b>Cohesión, corrección y coherencia</b><br>20% | El discurso no está cohesionado, ni sigue un orden lógico. Se hace uso de vulgarismos.  | El discurso se encuentra parcialmente cohesionado ya que algunos apartados están mal distribuidos. Se hace uso de lenguaje coloquial.                        | El discurso está cohesionado, la distribución de los apartados es la correcta. El lenguaje es correcto haciendo uso incluso de ciertos tecnicismos. |
| <b>Contenido práctico</b><br>45%                | Hay muchos fallos de resolución en los ejercicios.  | Hay algunos fallos de resolución en los apartados prácticos.   | Los fallos en cálculos son mínimos o inexistentes.  |
| <b>Contenido teórico</b><br>15%                 | El volumen de contenido teórico es muy escaso, faltando incluso algunos apartados demandados. No se proporcionan el número de ejemplos pedidos. | Están todos los apartados demandados. Algunos conceptos están mal explicados. Se han proporcionado el número de ejemplos correcto pero algunos son erróneos. | Todos los conceptos han sido explicados correctamente y los ejemplos también son correctos.   |
| <b>Originalidad</b><br>20%                      | Tanto los conceptos explicados como las fotografías expuestas se encuentran con facilidad por Internet sin una búsqueda exhaustiva.             | El contenido se ha obtenido de Internet pero se precisa una búsqueda más exhaustiva.   | El contenido ha sido realizado por el mismo grupo de alumnos de manera que no se encuentra en Internet.   |

Figura 4.2: Rúbrica de trabajo.

A la hora de que me enviasen el trabajo vía Internet se presentaron muchísimos problemas. Fue entonces cuando me dí cuenta de que a pesar de que todos los alumnos pasan grandes cantidades de tiempo libre pegados a sus dispositivos electrónicos, muy pocos son capaces de utilizarlos con eficacia. La mayoría de trabajos se me entregaron con retraso, entre uno y cinco días, alegando que habían tenido problemas técnicos a la hora de enviarme los vídeos mediante email o cualquier plataforma electrónica. Así pues, como opinión personal se debería trabajar mucho más con estos alumnos la competencia informática, ya que la mayoría no era capaz de enviar un simple vídeo mediante Internet y este tipo de situaciones son muy frecuentes en nuestro día a día.



Las notas puestas a cada uno de los grupos fueron las siguientes:

|                                       | GRUPO 1 | GRUPO 2 | GRUPO 3 | GRUPO 4 | GRUPO 5 | GRUPO 6 |
|---------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Cohesión, Corrección y Coherencia 20% | 3       | 2       | 2.8     | 3       | 3       | 2.9     |
| Contenido práctico 45%                | 3       | 1       | 3       | 3       | 2       | 3       |
| Contenido teórico 15%                 | 3       | 1.9     | 3       | 2.75    | 3       | 2.5     |
| Originalidad 20%                      | 2       | 1.9     | 2       | 2.2     | 2.1     | 2.2     |
| TOTAL                                 | 2.8     | 1.485   | 2.76    | 2.82    | 2.37    | 2.745   |
| NOTA FINAL                            | 9.3     | 4.95    | 9.2     | 9.34    | 7.9     | 9.15    |

Figura 4.3: Notas pertenecientes al grupo de 3º ESO A.

|                                       | GRUPO 1 | GRUPO 2 | GRUPO 3 | GRUPO 4 | GRUPO 5 | GRUPO 6 | GRUPO 7 |
|---------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Cohesión, Corrección y Coherencia 20% | 3       | 3       | 3       | 2.8     | 2.9     | 2.8     | 3       |
| Contenido práctico 45%                | 2       | 3       | 3       | 2.8     | 3       | 2.2     | 3       |
| Contenido teórico 15%                 | 2       | 2.75    | 2.5     | 1.5     | 1.5     | 2       | 2.5     |
| Originalidad 20%                      | 1.75    | 2       | 2       | 2       | 2       | 2       | 2.2     |
| TOTAL                                 | 2.15    | 2.7625  | 2.725   | 2.445   | 2.555   | 2.25    | 2.763   |
| NOTA FINAL                            | 7.16    | 9.208   | 9.08    | 8.15    | 8.516   | 7.5     | 9.21    |

Figura 4.4: Notas pertenecientes al grupo de 3º ESO B.

La mayoría de grupos, como se puede observar, obtuvieron unas calificaciones más altas de notable. Tan solo uno de los grupos obtuvo un 5 como nota final y se debió a que no realizaron todos los apartados solicitados, y los que sí habían realizado tenían muchos fallos o no hacían lo que verdaderamente se demandaba. Como ya he comentado, el resto de grupos lo hicieron bastante bien. Las notas que rondan el 7 o 8 tenían ciertos fallos en las partes teóricas, confundiendo en ocasiones términos matemáticos, y a la hora de realizar los ejercicios más prácticos habían pequeños fallos de cálculos. En líneas generales, el nivel de trabajos fue bastante alto y la mayoría se esforzaron e implicaron mucho en la realización de sus proyectos.

Tras finalizar la unidad pasé un cuestionario de valoración a los alumnos. Éste mismo se puede consultar en el anexo IV de este documento. En este cuestionario debían valorarse a ellos mismos, a sus compañeros de grupo, al proyecto y a mi como docente.

En la parte del cuestionario correspondiente a su valoración sobre el proyecto y el aprendizaje basado en proyectos se obtuvieron los siguientes resultados.

| Pregunta   | Nº Sí | Nº No |
|--|-------|-------|
| Me motiva más realizar un proyecto que hacer un examen en esta asignatura                | 19    | 4     |
| El proyecto estaba claro y no he tenido problemas a la hora de entender lo que se pedía. | 15    | 8     |
| Los apartados demandados eran del nivel adecuado.  | 21    | 2     |
| Me ha parecido interesante entregar un vídeo como proyecto.                              | 17    | 6     |
| En otras asignaturas también me gustaría entregar proyectos en formato de vídeo.         | 11    | 12    |
| Siento que he aprendido lo mismo o más que haciendo un examen.                           | 13    | 10    |

Tabla 4.1: Cuestionario 3º ESO A

| Pregunta   | Nº Sí | Nº No |
|--|-------|-------|
| Me motiva más realizar un proyecto que hacer un examen en esta asignatura                | 21    | 6     |
| El proyecto estaba claro y no he tenido problemas a la hora de entender lo que se pedía. | 24    | 3     |
| Los apartados demandados eran del nivel adecuado.  | 26    | 1     |
| Me ha parecido interesante entregar un vídeo como proyecto.                              | 22    | 5     |
| En otras asignaturas también me gustaría entregar proyectos en formato de vídeo.         | 17    | 10    |
| Siento que he aprendido lo mismo o más que haciendo un examen.                           | 20    | 7     |

Tabla 4.2: Cuestionario 3º ESO B

Como se puede observar en las tablas 4.1 y 4.2 los resultados, en líneas generales, son bastante positivos. Siendo en uno de los grupos la experiencia más satisfactoria que en el otro. Así pues, se podría afirmar que los mismos alumnos, que en las primeras sesiones ponían bastantes pegos y dificultades a esta metodología, al finalizarla, la valoraron como una experiencia positiva, y más de la mitad de ellos, sentían que habían aprendido los contenidos requeridos igual o más que haciendo un examen. Cabe destacar que la pregunta que más ha obtenido más disconformidades ha sido la que hacía referencia a trabajar con proyectos en otras asignaturas. Esto creo que es debido a que para los alumnos resulta una carga “extra” tener que realizar un proyecto en horario extraescolar. Están acostumbrados a realizar deberes (los cuales si tienen dudas se solventan en la academia) o bien estudiar para un examen el día anterior, pero no tener que realizar un proyecto durante dos semanas, y encima que implique tener que quedar con otros compañeros de clase para realizar faena de clase, no les acababa de convencer.

En el apartado correspondiente sobre la valoración a sus compañeros todos fueron muy

objetivos y sinceros. Detectando así en qué grupos ciertas personas no se habían implicado en absoluto y tomando las decisiones que ello conllevaba, es decir, suspendiéndoles el proyecto.

También, en el apartado que correspondía a mi valoración obtuve un *feedback* enormemente útil. Las carencias que yo ya había notado en mí durante mi estancia en prácticas, también habían sido detectadas por mis alumnos y alumnas. Es decir, realmente me dí cuenta de que el alumnado sí se fija en la actitud del docente y en cada uno de sus movimientos. Estas valoraciones me animaron a mejorar en mi papel como docente y en intentar encontrar el modo de controlar el aula (que no resulta para nada tarea fácil).

Durante la misma sesión en la que se pasó el cuestionario de valoración personal también se hizo entrega de un pequeño test en el que se preguntaban tanto cuestiones teóricas como prácticas. Éste es posible encontrarlo en el anexo III de este documento. Las conclusiones obtenidas a través de la corrección del mismo fue que sí habían entendido la parte teórica. Es decir, conocían las definiciones de progresión aritmética y geométrica, y sabían diferenciar términos como diferencia o razón. Aunque no eran capaces la mayoría de resolver los problemas propuestos. Este hecho me sorprendió notablemente puesto que los problemas eran de una dificultad similar a los realizados en clase durante las sesiones anteriores. Analizando sus reacciones y dudas mientras que realizaban el test, noté que la mayoría de alumnos no realizaban los problemas por miedo a hacerlo mal y que yo me diese cuenta de que no sabían hacer las cosas y les suspendiese el proyecto. Tuve que aclarar muchísimas veces que el resultado del test no influiría en absoluto en sus notas finales y que tan solo era algo orientativo que me ayudaría a ver qué habían aprendido y en qué habían flojeado más. A pesar de todo lo que les comenté y recalqué, muchos me entregaron la parte práctica del test en blanco alegando que no eran capaces de hacerlo, aunque ni tan siquiera lo habían intentado.

Esta problemática me hizo reflexionar sobre la falta de confianza que tienen los alumnos en sus propias capacidades y el miedo abismal que tienen a equivocarse y que queden “en ridículo” ante sus compañeros y profesores. Posiblemente este miedo a quedar en evidencia ante el profesor es heredado de la educación más tradicional en la que el profesor era la fuente del saber absoluto y que levantaba un muro ante los alumnos que les separaba de forma notable. Sin embargo, espero que este aspecto cambie en los próximos años y que los docentes trabajen con metodologías que permitan aprovechar el máximo potencial de sus alumnos y les hagan sentir verdaderamente útiles y tener la confianza suficiente en sí mismos y sus grandes posibilidades.

## Capítulo 5

# Conclusiones

Una de las causas universales del fracaso escolar está a punto de desaparecer, esta es el *muro* que separa a las escuelas e institutos de la realidad. Esta separación existente en la actualidad podría desvanecerse tras la incorporación del Aprendizaje Basado en Proyectos, puesto que, dejaríamos a los alumnos realizar propuestas creativas y se fomentaría el espíritu investigador y de superación, tan necesario y demandado actualmente por la sociedad y el mundo laboral.

Incorporar el ABP provocará además según las palabras de Carlos Morales en una de sus ponencias, una transformación ejemplar de nuestra profesión y de su reconocimiento [42]. Esto se debe a que el docente dejaría de ser la fuente de conocimiento absoluto y verdadero que había sido hasta hace unos años. Actualmente, la fuente de conocimiento fiable y absoluta, y muchísimo más amplia no es el profesor, sino Internet y los alumnos son conscientes de ello. Esto provoca una sensación de desánimo tanto en alumnos como profesores. Los primeros opinan que todo lo que le pueda contar el profesor no le es de utilidad alguna puesto que si quiere saber lo que está explicando algún día ya lo buscará por Internet. Los segundos no encuentran la forma de motivar al alumnado a aprender y se sienten inútiles en este contexto porque se dan cuenta de que no pueden aportarles nada. Utilizar el ABP cambiaría este antiguo rol de manera que el profesor pasaría a ser un guía. Sería quien les motivaría y orientaría en sus investigaciones y les proporcionaría las herramientas (conocimientos) necesarios para su total desarrollo. Como afirma de nuevo Carlos Morales [28], podría conseguirse así, la dignificación de la labor docente, presentándolo como una profesión interesante, reinventada, creativa, innovadora y adaptada a la sociedad actual. Por otra parte, el alumnado dejaría de aprender de esa forma pasiva que había estado haciendo hasta ahora. Ellos serían los protagonistas de esta historia y serían quienes tomarían sus propias decisiones en sus proyectos, asumiendo un perfil más responsable y autónomo.

Existen grandes oportunidades de aprendizaje y continuo crecimiento gracias a esta metodología, es posible contactar y colaborar con organizaciones externas, empresas y expertos para realizar proyectos que motiven tanto al alumnado como a nosotros, los docentes. Además, no hay que olvidarse de las TIC, estas pueden facilitar enormemente la colaboración entre agentes externos y la escuela, manteniendo dicha comunicación mediante redes sociales, videoconferencias, aulas virtuales, etc.

Sin lugar a duda, si nuestra sociedad necesita una cultura de innovación, esta deberá nacer en los centros escolares y además la metodología a utilizar deberá ser algo similar a la presentada en este trabajo.

En cuanto a la experiencia de implementar esta metodología en un centro educativo de secundaria ha sido totalmente satisfactoria. Pese a que la realización de un proyecto en formato audiovisual fuese totalmente nueva tanto como para el alumnado como para mí, creo que ambas partes hemos disfrutado con esta experiencia y hemos aprendido mucho. Por mi parte, he podido conocer de primera mano tanto los beneficios como inconvenientes de esta metodología tan de moda últimamente. En mi opinión, pienso que es una forma de trabajar con los alumnos totalmente revolucionaria que desbancaría a las típicas programaciones segmentadas por temas en las que el alumno no encuentra interés ni motivación alguna. Además, aunque existen inconvenientes como enfrentarse a los prejuicios de los alumnos ante los cambios de metodología, creo que merece la pena invertir tiempo en derribar dichos prejuicios y hacerles ver que la sociedad ya no espera lo mismo de ellos que hace 20 años. Actualmente, se espera que se formen ciudadanos que tengan como características la cooperación y versatilidad puesto que vamos a tener que hacer frente a una sociedad que cambia de forma continua y requiere de una adaptación constante.

## Capítulo 6

# Propuestas de mejora

Vistos los inconvenientes y carencias hallados tras la implementación de la unidad didáctica que se encuentra en el anexo I de este documento, se van a realizar unas propuestas que tienen como objetivo mejorar dicha unidad didáctica.

### 1. Número de sesiones

La unidad didáctica original constaba de un total de 6 sesiones y, además, éstas fueron las últimas del practicum. Por lo tanto, el tiempo con el que contaba para realizar la memoria del practicum era de una semana tras su finalización. Por este motivo, tuve que poner la fecha de entrega el mismo día que acababa las sesiones con ellos, así que tan solo tenían dos semanas para realizar el proyecto solicitado. Este tiempo fue más que insuficiente, y fue motivo de quejas por parte del alumnado, pero no era posible aplazar la fecha de entrega dado que el tiempo para evaluar todos los proyectos e incluir los resultados en la memoria del practicum, sino, era demasiado ajustado. Por lo tanto, un aspecto a mejorar sería la fecha de entrega. Debería estar más distanciada del último día de sesión en clase. A parte, el número de sesiones lo ampliaría a 8, ya que en algunos momentos sentía que no entendían suficientemente lo que se explicaba, pero no podía detenerme en exceso a comentar esos problemas, ya que mi programación no podía ser flexible si quería realizar la unidad didáctica en su totalidad.

### 2. Uso de las TIC

Durante las sesiones utilicé una metodología tradicional expositiva para las partes teóricas. Para las partes prácticas, los alumnos realizaban ejercicios diversos en grupos colaborativos, pero siempre “en papel”. Esto se podría mejorar, por ejemplo, realizando una competición *online*. Existen páginas web como *Kahoot* [43] en las que los alumnos obtienen un código y pueden acceder a la competición que haya creado el profesor. Podrían participar de manera individual o en los grupos que ya tenían establecidos y acceder desde sus propios móviles o en el caso de que no tuviesen todos los alumnos, desde las aulas de informática. Será necesario, que el docente

proyecte las preguntas para que todos los alumnos las vean puesto que ellos solo cuentan con las posibles respuestas. En las siguientes figuras se observa cómo es posible utilizar este recurso web.



Figura 6.1: El profesor debe proyectar el código que deben introducir los alumnos en sus dispositivos.

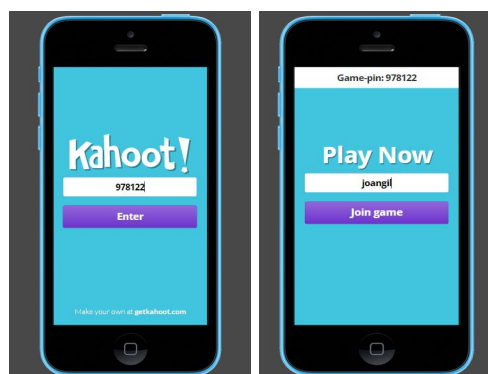


Figura 6.2: Los alumnos introducen ahí el código para acceder a la competición y, a continuación, el nombre de usuario.



Figura 6.3: El profesor proyecta la pregunta en el aula.

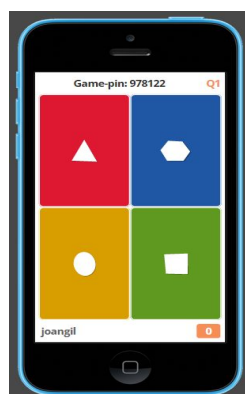


Figura 6.4: El alumno seleccionará una de las opciones en su dispositivo.



Figura 6.5: Cuando finaliza el tiempo se muestra el número de personas que han respondido cada una de las opciones y cual es la respuesta correcta.



### 3. Conexión con el “mundo real”

Con el fin de conectar y acercar las matemáticas a lo que nos rodea, también se podría realizar un concurso fotográfico sobre sucesiones, en el cual deberían tomar fotografías que mostrasen patrones de sucesiones. Un ejemplo claro que podrían encontrar en la naturaleza sería la sucesión de Fibonacci por ejemplo. En lugar de que tomen las fotografías de Internet como les fue demandado en esta unidad didáctica, tendrían que hacerlas ellos mismos.

Ejemplos de fotografías en la naturaleza podrían ser las que se muestran en las siguientes figuras.

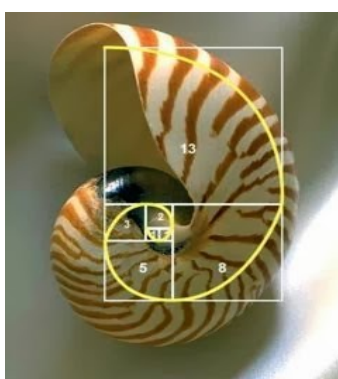


Figura 6.6: La relación entre la distancia entre las espiras del interior de cualquier caracol o cefalópodos como el nautilus sigue la sucesión de Fibonacci.

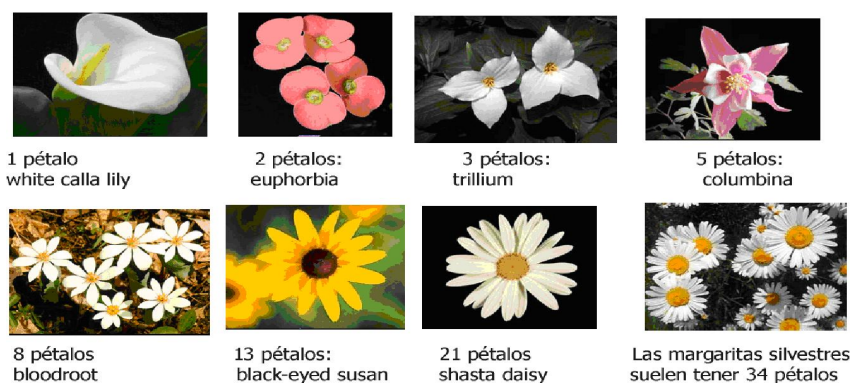


Figura 6.7: Las flores suelen tener un número de pétalos perteneciente a la sucesión de Fibonacci: 1, 3, 5, 8, ...

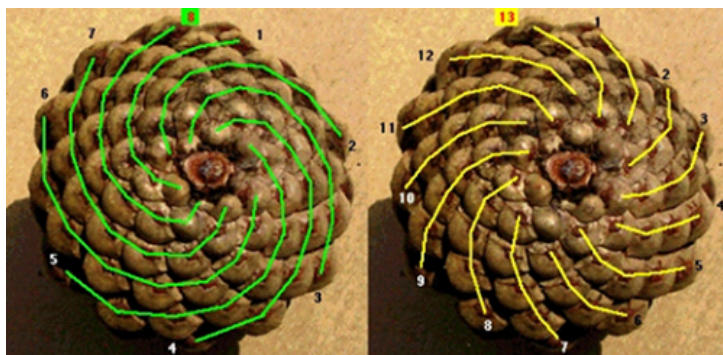


Figura 6.8: La cantidad de espirales de una piña son ocho y trece, términos que pertenecen a la sucesión de Fibonacci.

# Bibliografía

- [1] Universitat Jaume I. Normativa del Trabajo Fin de Máster. <https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=dWppLmVzfG1hc3RlcnNlY3VuZGFyaWF8Z3g6NDBiZmFiNGRkYzd1NmI>. Online; accessed 6 July 2015.
- [2] Decreto 112/2007, de 20 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana. [2007/9717]. D.O.G.V. 5562/24.07.2007. pp.30402-30587. [http://www.docv.gva.es/datos/2007/07/24/pdf/2007\\_9717.pdf](http://www.docv.gva.es/datos/2007/07/24/pdf/2007_9717.pdf). Online; accessed 6 July 2015.
- [3] J. Vaello. *El professor emocionalment competent: un pont sobre aules turbulentes*. Graó, 2009.
- [4] V. Ortiz. *Los riesgos de enseñar: la ansiedad de los profesores*. Amarú Ediciones, 1995.
- [5] E. Rodríguez, E. Vargas, and J. Luna. Evaluación de la estrategia “Aprendizaje basado en proyectos”. *Educación y Educadores*, 13(1):13–25, 2001.
- [6] V. Van den Berg, D. Mortermans, P. Spooren, P. Van Petegem, D. Gijbels, and G. Vant-hournout. New assessment modes within project-based education. *Studies in Education Evaluation*, 32:345–368, 2006.
- [7] K. Willard and M.W. Duffrin. Utilizing project-based learning and competition to develop student skills and interest in producing quality food items. *Journal of Food Science Education*, 2:69–73, 2003.
- [8] T. Recio, M.J. Del Arco, and M. Gómez. Situación actual y real de la enseñanza en la secundaria. <http://www.rsme.es/comis/educ/senado/q3.pdf>. Online; accessed 23 June 2015.
- [9] M. Guzman. *Psicología del maestro*. Anaya, 1985.
- [10] J. Vaello. *Cómo dar clase a los que no quieren*. Graó, 2011.
- [11] F.X. Moreno. *Análisis psicopedagógico de los alumnos de educación secundaria obligatoria con problemas de comportamiento en el contexto escolar*. PhD thesis, Universitat Autònoma de Barcelona, 2011.
- [12] Informe pisa. [https://es.wikipedia.org/wiki/Informe\\_PISA](https://es.wikipedia.org/wiki/Informe_PISA).
- [13] L. Rico. La competencia matemática en pisa. *PNA*, 1(2):47–66, 2007.

- [14] ¿Cómo están los alumnos españoles en matemáticas, ciencias y lengua? Resultados PISA (I). <http://blog.educalab.es/inee/2013/12/03/como-estan-los-alumnos-espanoles-en-matematicas-ciencias-y-lengua-resultados-pisa-i/>.
- [15] A. Marín and S. Guerrero. Una lectura del informe pisa desde la secundaria. *Padres y Madres de Alumnos*, (82), 2005.
- [16] A. Martínez, J.G. Cegarra, and J.A. Rubio. Aprendizaje basado en competencias: una propuesta para la autoevaluación docente. *Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado*, 16(2), 2012.
- [17] C.A. Reitmeier. Active learning in the experimental study of food. *Journal of Food Science Education*, 1:41–44, 2002.
- [18] D.A. Sousa. *How the brain learns*. Corwin, fourth edition, 2011.
- [19] B.F. Jones, C. Rasmussen, and M.C. Moffitt. *Real-life problem solving: a collaborative approach to interdisciplinary learning*. American Psychological Association, 1997.
- [20] M. Valero. Aprendizaje Basado en Proyectos (PBL) en las enseñanzas técnicas. [http://portal.uned.es/pls/portal/docs/PAGE/UNED\\_MAIN/LAUNIVERSIDAD/VICERRECTORADOS/CALIDAD\\_E\\_INTERNACIONALIZACION/INNOVACION\\_DOCENTE/IUED/CURSOS%20INTERNOS/TALLERES%20EEES/ABP\\_MIGUEL\\_VALERO.PDF](http://portal.uned.es/pls/portal/docs/PAGE/UNED_MAIN/LAUNIVERSIDAD/VICERRECTORADOS/CALIDAD_E_INTERNACIONALIZACION/INNOVACION_DOCENTE/IUED/CURSOS%20INTERNOS/TALLERES%20EEES/ABP_MIGUEL_VALERO.PDF). Online; accessed 22 June 2015.
- [21] A. Johari and A.C. Bradshaw. Project-based learning in an intership program: A qualitative study of related roles and their motivational attributes. *Educational Technology Research and Development*, 56:329–359, 2008.
- [22] B. Restrepo. Aprendizaje basado en problemas: una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores*, 8:9–19, 2005.
- [23] J.W. Thomas. *A review of research on project-based learning*. California: Autodesk Foundation, 2000.
- [24] W.C. Liu, O.S. Tan, C. Koh, and J. Ee. A self-determination approach to understanding students' motivations in project work. *Learning and Individual Differences*, 19(1):139–145, 2008.
- [25] Victoria University. Learning and Teaching: Project-based learning. [http://learningandteaching.vu.edu.au/our\\_approach/approaches\\_to\\_learning/project\\_based\\_learning/](http://learningandteaching.vu.edu.au/our_approach/approaches_to_learning/project_based_learning/). Online; accessed 21 June 2015.
- [26] M.A. Pereira. Ocho claves del aprendizaje por proyectos. PBL. <http://cedec.ite.educacion.es/kubyx/2014/01/30/105-claves-del-aprendizaje-por-proyectos>. Online; accessed 22 June 2015.
- [27] J. Larmer and J.R. Mergendoller. What is PBL? [http://bie.org/about/what\\_pbl](http://bie.org/about/what_pbl). Online; accessed 22 June 2015.
- [28] C. Morales. El aprendizaje basado en proyectos en la educación matemática del siglo xxi. *Jornadas sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*, (15), 2011.

- [29] F. Martínez, L.C. Herrero, J.M. González de la Fuente, and J.A. Domínguez. Project based learning experience in industrial electronics and industrial applications design. [http://www.greidi.uva.es/articulos/EUP\\_ProjectBased.pdf](http://www.greidi.uva.es/articulos/EUP_ProjectBased.pdf). Online; accessed 21 June 2015.
- [30] D. Mioduser and N. Betzer. The contribution of project-based learning to high achievers' acquisition of technological knowledge. *International Journal of Technology and Design Education*, 18:59–77, 2007.
- [31] S.A. Gallagher, W.J. Stepien, and H. Roshenthal. The effects of problem-based learning on problem solving. *Gifted Child Quarterly*, 36(4):195–200, 1992.
- [32] J.S. Krajcik, P.C. Blumenfeld, R.W. Marx, K.M. Bass, J. Fredericks, and E. Soloway. Inquiry in project-based science classrooms: Initial attempts by middle school students. *The Journal of the Learning Sciences*, 7:313–350, 1998.
- [33] R.W. Marx, P.C. Blumenfeld, J.S. Krajcik, and E. Soloway. Enacting project-based sciences: Challenges for practices and policy. *Elementary School Journal*, 94:517–538, 1997.
- [34] Y. Gülbahar and H. Tinmaz. Implementing project-based learning and e-portfolio assessment in an undergraduate course. *Journal of Research on Technology in Education*, pages 309–327, 2006.
- [35] P. Dillembourg. *What do you mean by “collaborative learning”?* Elsevier, 1999.
- [36] Y. Lou and S.K. Macgregor. Enhancing project-based learning through online between-group collaboration. *Educational Research and Evaluation*, 10(4):419–440, 2004.
- [37] J.L. Polman. Dialogic activity structures for project-based learning environments. *Cognition and Instruction*, 22(4):431–466, 2004.
- [38] Aula planeta. Diez razones para aplicar el aprendizaje colaborativo en el aula [Infografía]. <http://www.aulaplaneta.com/2014/10/23/recursos-tic/diez-razones-para-aplicar-el-aprendizaje-colaborativo-en-el-aula/>. Online; accessed 23 June 2015.
- [39] K. Robinson. Changing Education paradigms. <http://sirkenrobinson.com/skr/rsa-animate-changing-education-paradigms>. Online; accessed 23 June 2015.
- [40] E. Pehkonenn. How finss learn Mathematics: What is the influence of 25 years of research in Mathematics Education. [http://www.tlu.ee/bcmath2009/Pehkonen\\_How\\_Finns\\_Learn.ppt](http://www.tlu.ee/bcmath2009/Pehkonen_How_Finns_Learn.ppt). Online; accessed 23 June 2015.
- [41] M. Rocard. *Science Education Now: A renewed pedagogy for the future of Europe*. European Comission, 2007.
- [42] C. Morales. Educación 2.0 - Pecha Kucha Night Las Palmas 2009. <https://www.youtube.com/watch?v=sG1RExeE6PU>. Online; accessed 23 June 2015.
- [43] Kahoot. <https://getkahoot.com/>. Online; accessed 6 July 2015.
- [44] M. Montessori. *Método avanzado Montessori*. 1917.

# Anexos

## Anexo I: Unidad Didáctica

Durante el segundo periodo de prácticas he tenido la oportunidad de diseñar y aplicar, posteriormente, esta unidad didáctica. Esta se corresponde con el tema 3 del libro “Matemáticas, 3º ESO. Editorial Anaya” y su nombre es “Progresiones” y pertenece al bloque de Álgebra.

La unidad didáctica se ha puesto en marcha en dos grupos de 3º de ESO, uno con 27 y otro con 29 alumnos/as.

### Secuenciación de los contenidos

1. Sucesiones
  - a) Sucesión
  - b) Término
  - c) Término general de una sucesión
  - d) Sucesión recurrente
2. Progresiones aritméticas
  - a) Progresión aritmética
  - b) Diferencia
  - c) Término general de una  $PA$
  - d) Suma de los primeros  $n$  términos de una  $PA$
3. Progresión geométrica
  - a) Progresión geométrica
  - b) Razón
  - c) Término general de una  $PG$
  - d) Suma de los primeros  $n$  términos de una  $PG$  para  $|r| > 1$
  - e) Suma de los infinitos términos de una  $PG$  para  $|r| < 1$
4. Resolución de problemas y ejercicios sobre progresiones aritméticas y geométricas

### Desarrollo de las sesiones y actividades

Esta unidad didáctica está programada para ser realizada en un total de 6 sesiones de 55 minutos. Además, será impartida en el aula habitual de cada grupo y se trabajará en grupos cooperativos, diseñados con anterioridad para que estén equilibrados.

#### Primera Sesión

**Duración:** 55 minutos

**Materiales y/o recursos:**

- Pizarra
- Proyector
- Portátil
- Una tarjeta por grupo con ejercicios

**Objetivos didácticos:** El alumno será capaz de ...

- dominar el concepto de sucesión.
- reconocer términos generales dados los primeros términos de una sucesión.
- dominar el concepto de sucesión dada su forma recurrente.

| Contenidos   |  |
|--|--|
| Conceptuales   | Procedimentales  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>● Sucesión y término.</li> <li>● Término general.</li> <li>● Forma recurrente.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Obtener los términos de una sucesión dado su término general.</li> <li>● Obtener el término general de una sucesión dado los primeros elementos.</li> <li>● Obtener los términos de una sucesión dada en forma recurrente.</li> <li>● Obtener la forma recurrente a partir de algunos términos de la sucesión.</li> </ul> |

**Desarrollo del trabajo propuesto**

**Metodología:** Método expositivo por mi parte a la hora de explicar los nuevos conceptos. Durante toda la sesión los alumnos trabajarán en grupos cooperativos.

**Desarrollo de la actividad:** Al inicio de la sesión, se redistribuirá la clase de manera que trabajen en grupos cooperativos. Ya han trabajado meses anteriores de esta manera, por lo que, no les resulta extraña. La mayoría de grupos se asemejan a los que ya habían tenido en ocasiones anteriores, solo que ahora, han sido reducidos a 4 o 5 personas por grupo. Después de anunciar en qué grupo se ubica cada alumno/a y se han redistribuido las mesas, se debe proceder a explicar qué se hará en las próximas sesiones y cómo será evaluada esta unidad. Para ello, se visualizará mediante un portátil y el proyector, una rúbrica de trabajo que les permitirá saber a los alumnos/as cómo deben realizar el proyecto a entregar.

Al mismo tiempo, se les debe explicar que el método elegido para evaluar la unidad es un proyecto, deberá entregarse en formato de vídeo y ser elaborado por el grupo cooperativo en el que se encuentran. También, comentar que en el vídeo deberán exponer la respuesta a las 3 hojas que se les irá entregando a medida que avanza la unidad. Cada una de esas hojas pertenece a un apartado diferente: sucesiones, progresiones aritméticas y progresiones geométricas. Se les



exigirá contenido tanto teórico como práctico, además de tener que recurrir a Internet para dar respuesta a ciertas cuestiones.

Una vez finalizada la explicación de la rúbrica y en qué consiste el proyecto a entregar, se dará paso a presentar los primeros conceptos de la unidad que los alumnos/as deben anotar en sus cuadernos mientras se anotan en la pizarra y se explica detenidamente su significado.

**Definición 0.1.** *Una sucesión es un conjunto de números ordenados que pueden ser expresados de la siguiente forma:*

$$a_1, a_2, a_3, \dots$$

**Definición 0.2.** *Un término es un elemento de una sucesión. El índice del término muestra el lugar que ocupa dicho elemento en la sucesión.*

Tras explicarlo, se verán los siguientes ejemplos en los que los alumnos deben decir la relación que observan entre los diferentes términos de las sucesiones:

(a) 1, 5, 9, 13, 17, ...

(b) 2, 4, 8, 16, 32, ...

(c) 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

(d) 1, 4, 9, 16, 25, ...

Una vez vistos los ejemplos se explica el siguiente concepto:

**Definición 0.3.** *Se denomina término general de una sucesión a la expresión que representa un término cualquiera de esta. Se simboliza como  $a_n$ , siendo  $a_1, a_2, a_3, \dots$  una sucesión.*

De nuevo, se ofrecen los siguientes ejemplos como términos generales de una sucesión:

(a)  $a_n = 2n$  sucesión de números pares

(b)  $a_n = 2n - 1$  sucesión de números impares

Es momento ahora de introducir qué es una forma recurrente y un ejemplo de sucesión en la misma:

**Definición 0.4.** *Aquellos términos de una sucesión que son obtenidos a partir de términos anteriores se dicen que están dados en forma recurrente.*

Ejemplo. Sea  $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$ , entonces si  $a_1 = 3$  y  $a_2 = 5$  se formaría la siguiente sucesión:

$$3, 5, 8, 13, \dots$$

Para finalizar la primera sesión, se reparte a cada grupo una tarjeta en la que se proponen varias sucesiones con términos faltantes y deben completarlas. Estas son las sucesiones propuestas:

- (a) 11,  $\_$ , 17, 20,  $\_$ , 26, ...
- (b)  $\_$ , 100, 95,  $\_$ , 85, ...
- (c) 1,  $\_$ , 6,  $\_$ , 15, 21, 28, ...
- (d) 1,  $\_$ ,  $\_$ , 64, 125,  $\_$ , ...
- (e)  $\_$ , 6, 12, 20,  $\_$ , 42, 56, ...

## Segunda Sesión

**Duración:** 55 minutos

**Materiales y/o recursos:**

- Pizarra
- Hoja de las actividades del apartado de Sucesiones
- Calculadora

**Objetivos didácticos:** El alumno será capaz de ...

- identificar progresiones aritméticas y su diferencia.
- hallar la expresión del término general de una  $PA$ .
- calcular la suma de los primeros  $n$  términos de una  $PA$ .

| Contenidos  |  |
|---|--|
| Conceptuales  | Procedimentales  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>● Progresión aritmética.</li> <li>● Diferencia.</li> <li>● Término general de una <math>PA</math>.</li> <li>● Suma de los primeros <math>n</math> términos de una <math>PA</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Obtener un término a partir del resto de términos dados.</li> <li>● Obtener la diferencia en una <math>PA</math>.</li> <li>● Hallar el término general de una <math>PA</math>.</li> <li>● Sumar los <math>n</math> términos consecutivos de una <math>PA</math>.</li> </ul> |

## Desarrollo del trabajo propuesto

**Metodología:** Método expositivo por mi parte a la hora de explicar los nuevos conceptos. Durante toda la sesión los alumnos trabajarán en grupos cooperativos.

**Desarrollo de la actividad:** Al inicio de la segunda sesión se reparte la hoja correspondiente al apartado de sucesiones la cual contiene las actividades a entregar en forma de video y se explica cada una de las actividades por si tienen alguna duda. Estas actividades son las siguientes:

1. Escribe 4 ejemplos de sucesiones no vistas en clase y que no figuren en el libro de texto.
2. Define los siguientes conceptos: sucesión, término, término general.
3. Investiga sobre la sucesión de Fibonacci. Explica cuál es y cómo es posible obtenerla.
4. Busca, al menos 3, imágenes de la naturaleza en Internet donde aparezca la sucesión de Fibonacci. Comenta en este apartado una descripción de cada foto y cómo sigue la sucesión de Fibonacci.
5. Halla los términos que ocupan el lugar 50 y 100 de las sucesiones propuestas como ejemplo en el primer apartado. Halla también el término general de cada una de ellas.

A continuación, se elige al azar a varios alumnos/as para que recuerden qué era una sucesión, un término y término general. De esta manera, se recuperan contenidos de la sesión anterior. Después, se introducen los nuevos conceptos para esta sesión:

**Definición 0.5.** *Una progresión aritmética es una sucesión en la que cada término se obtiene sumando una misma cantidad (positivo o negativo) al anterior.*

**Definición 0.6.** *Se denomina diferencia al número positivo o negativo que sumamos en cada nuevo término, y se expresa como  $d$ .*

Ejemplos:

- (a) 3, 6, 9, 12, 15, ...
- (b) 9, 7, 5, 3, 1, -1, ...

Antes de dar paso a presentar la expresión para obtener el término general de una progresión aritmética, se les plantea la siguiente cuestión “De las progresiones anteriores, ¿cuál sería el término  $a_{20}$  y  $b_{20}$ ?” y se espera 5 minutos para que intenten averiguarlo. Tras la espera, se resuelve la cuestión en la pizarra aplicando el siguiente razonamiento:

- (a) Si  $a_1 = 3$ , para obtener  $a_{20}$  será necesario que sume 19 veces la diferencia que es  $d = 3$ . Eso quiere decir que al primer término deberé sumarle  $19 \cdot 3 = 57$ , por lo que,

$$a_{20} = a_1 + (20 - 1) \cdot d = 3 + 57 = 60$$

- (b) Si  $b_1 = 9$ , para obtener  $b_{20}$  será necesario que sume 19 veces la diferencia que es  $d = -2$ . Eso quiere decir que al primer término deberé sumarle  $19 \cdot (-2) = -38$ , por lo que,

$$b_{20} = b_1 + (20 - 1) \cdot d = 9 - 38 = -29$$

Tras esta breve explicación, se expone la fórmula del término general de una progresión aritmética y se pide a los alumnos/as el siguiente ejercicio.

**Definición 0.7.** *El término general de una progresión aritmética se expresa de la siguiente forma:*

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

donde  $a_1$  es el primer término de la progresión,  $(n - 1)$  son los pasos de amplitud y  $d$  es la diferencia.

Ejercicio. Cada grupo debe crear 2 progresiones aritméticas y anotarlas en una hoja. Después, intercambian con otro grupo las hojas y deben hallar los términos generales de las progresiones propuestas,  $a_{100}$  y  $a_{500}$ .

Mientras resuelven el ejercicio se supervisa que están haciéndolo correctamente y los resultados son válidos. Cuando finaliza el tiempo, se presenta el siguiente concepto de suma de los primeros  $n$  términos de una sucesión y se proporciona este razonamiento para que vean de dónde procede la fórmula.

Se desea calcular la suma de los primeros 5 términos de la progresión aritmética  $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ . Para ello, vemos que:

$$\begin{array}{r} S_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\ + S_5 = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\ \hline 2S_5 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 \end{array}$$

Observando el resultado de la suma vemos que,  $2S_5 = 5 \cdot 6$  por lo que, despejando se obtiene:  $S_5 = \frac{5 \cdot 6}{2}$ .

Si seguimos el mismo proceso para sumar los primeros 10 términos de la misma sucesión, se observa que  $2S_{10} = 10 \cdot 11$ , por lo que,  $S_{10} = \frac{10 \cdot 11}{2}$ .

Finalmente, se proporciona la fórmula para la suma de los primeros  $n$  términos de una progresión aritmética:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Como ejercicio final de la sesión, se pide a los alumnos/as que vuelvan a intercambiar las hojas que tenían y ahora calculen la suma de los primeros 20 y 50 términos de las progresiones propuestas.

### Tercera Sesión

**Duración:** 55 minutos

**Materiales y/o recursos:**

- Pizarra
- Calculadora
- Hoja de las actividades del apartado de Progresiones Aritméticas

**Objetivos didácticos:** El alumno será capaz de ...

- identificar progresiones aritméticas y su razón.
- hallar la expresión del término general de una  $PG$ .

| Contenidos  |   |
|---|---|
| Conceptuales  | Procedimentales   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Progresión geométrica.</li> <li>• Razón.</li> <li>• Término general de una <math>PG</math>.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Obtener un término a partir del resto de términos dados.</li> <li>• Obtener la razón en una <math>PG</math>.</li> <li>• Hallar el término general de una <math>PG</math>.</li> </ul> |

### Desarrollo del trabajo propuesto

**Metodología:** Método expositivo por mi parte a la hora de explicar los nuevos conceptos. Durante toda la sesión los alumnos trabajarán en grupos cooperativos.

**Desarrollo de la actividad:** Al inicio de la segunda sesión se reparte la hoja correspondiente al apartado de progresiones aritméticas la cual contiene las actividades a entregar en forma de vídeo y se explica cada una de ellas por si tienen alguna duda. Estas actividades son las siguientes:

1. Escribe 4 ejemplos de progresiones aritméticas no vistas en clase y que no figuren en el libro de texto.
2. Define los siguientes conceptos: progresión aritmética, diferencia.
3. Explica cómo se obtiene el término general de una progresión aritmética. A continuación, halla los términos generales de las progresiones propuestas como ejemplo en el primer apartado e indica cuál es la diferencia para cada una de ellas.
4. Investiga sobre la anécdota de Gauss y su método para sumar los números del 1 al 100. Utiliza dicho método para sumar los 50 primeros términos de dos progresiones de las propuestas como ejemplo en el primer apartado.
5. Describe la fórmula de la suma de los  $n$  primeros términos de una progresión aritmética.

A continuación, se elige al azar a varios alumnos/as para que recuerden qué era una progresión aritmética, la diferencia, cuál era la fórmula para hallar su término general y la suma de los primeros  $n$  términos. De esta manera, se recuperan contenidos de la sesión anterior. Después, se introducen los nuevos conceptos para esta sesión:

**Definición 0.8.** Una progresión geométrica es una sucesión en la que cada nuevo término se obtiene multiplicando el término anterior por un número fijo.

**Definición 0.9.** Se denomina razón al número, positivo o negativo, entero o decimal, que multiplicamos en cada nuevo término, y se expresa como  $r$ .

Ejemplos:

(a) 4, 8, 16, 32, ... donde  $r = 2$

(b) 60, 30, 15, ... donde  $r = \frac{1}{2}$

(c) 80, 8, 0,8, ... donde  $r = \frac{1}{10}$

En este punto de la sesión, se nombran procesos que se dan en la naturaleza, como la bipartición de las células, en los que podemos encontrar progresiones geométricas.

Al igual que en la sesión anterior, antes de presentar la expresión para obtener el término general de una progresión geométrica, se les plantea la siguiente cuestión “De la primera progresión anterior, ¿cuál sería el término  $a_{20}$ ?” y se espera 5 minutos para que intenten averiguarlo. Después, se resuelve la cuestión en la pizarra aplicando el siguiente razonamiento:

Si  $a_1 = 4$ , para obtener  $a_{20}$  será necesario que multiplique 19 veces la razón que es  $r = 2$ . Eso quiere decir que al primer término deberé multiplicar  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2 = 2^{19}$ , por lo que,

$$a_{20} = a_1 \cdot r^{20-1} = 4 \cdot 2^{19}$$

Tras el razonamiento planteado, se expone la fórmula del término general de una progresión geométrica.

**Definición 0.10.** El término general de una progresión geométrica se expresa de la siguiente forma:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

donde  $a_1$  es el primer término de la progresión,  $(n-1)$  son los pasos de amplitud y  $r$  es la razón.

Por último, se plantean tres ejercicios para finalizar la sesión y son corregidos en la pizarra por alumnos/as de diferentes grupos escogidos al azar.

Ejercicio. Sabiendo que  $a_1 = 250$  y  $a_2 = 300$ , calcula  $r$ ,  $a_6$  y  $a_n$ .

Ejercicio. Sabiendo que  $a_1 = 0,625$  y  $a_3 = 0,9$ , calcula  $r$  y los primeros seis términos de la progresión geométrica.

Ejercicio. Sabiendo que  $a_1 = 2$  y  $a_3 = 6$ , calcula  $a_n$ ,  $a_{11}$  y  $a_{12}$ .

## Cuarta Sesión

**Duración:** 55 minutos

**Materiales y/o recursos:**

- Pizarra
- Calculadora

**Objetivos didácticos:** El alumno será capaz de ...

- calcular la suma de una progresión geométrica independientemente de su razón.
- averiguar el motivo por el que es diferente la suma para una razón mayor o menor que 1.

| Contenidos  |  |
|---|--|
| Conceptuales  | Procedimentales  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Suma de los primeros <math>n</math> términos de una <math>PG</math>.</li> <li>• Suma de los infinitos términos de una <math>PG</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sumar los <math>n</math> primeros términos cuando <math> r  &gt; 1</math>.</li> <li>• Sumar los infinitos términos cuando <math> r  &lt; 1</math>.</li> </ul> |

**Desarrollo del trabajo propuesto**

**Metodología:** Método expositivo por mi parte a la hora de explicar los nuevos conceptos. Durante toda la sesión los alumnos trabajarán en grupos cooperativos.

**Desarrollo de la actividad:** Al inicio de la sesión, se escoge al azar a varios alumnos/as para que recuerden qué era una progresión geométrica, su razón y cuál era la fórmula para hallar su término general. Así, se recuperan contenidos de la sesión anterior. Después, se introduce la nueva fórmula para calcular la suma de los primeros  $n$  términos de una progresión geométrica cuando  $|r| > 1$ :

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 \cdot r^n - a_1}{r - 1}$$

porque recordemos que  $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ .

A continuación, se plantea el siguiente ejercicio y un alumno/a escogido al azar sale a resolverlo a la pizarra después de dejar tiempo suficiente para que todos los grupos lo resuelvan. Ejercicio. Sabiendo que  $a_1 = 8,192$  y  $r = 2,5$ , calcula  $S_{10}$ .

Sin embargo, ahora es momento de introducir la siguiente cuestión “¿Y si la razón es menor que 1? Comprobad en vuestra calculadora qué ocurre cuándo eleváis un número entre 0 y 1 a un número muy alto. ¿Qué ocurrirá entonces con la razón cuando intentamos calcular términos muy alejados en la progresión?”. Tras dejar tiempo suficiente para que todos los alumnos/as comprueben qué ocurre en sus calculadoras, se ofrece el siguiente razonamiento para que vean cómo se obtiene la expresión de la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica

cuando  $|r| < 1$ :

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 \cdot r^n - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 - a_1 \cdot r^n}{1 - r}$$

como  $|r| < 1$ ,  $r^n$  cada vez se hace más pequeño por lo que puede despreciarse al estar muy próximo a 0, entonces

$$S_n = \frac{a_1}{1 - r}$$

Por último, se reparte la hoja correspondiente al apartado de progresiones geométricas la cual contiene las actividades a entregar en forma de video y se explica cada una de ellas por si tienen alguna duda. Estas actividades son las siguientes:

1. Escribe 4 ejemplos de progresiones aritméticas no vistas en clase y que no figuren en el libro de texto.
2. Define los siguientes conceptos: progresión geométrica, razón.
3. Explica cómo se obtiene el término general de una progresión geométrica. A continuación, halla los términos generales de las progresiones propuestas como ejemplo en el primer apartado e indica cuál es la razón para cada una de ellas.
4. Describe la fórmula de la suma de los  $n$  primeros términos de una progresión geométrica o de los infinitos términos y aplícala a las mismas progresiones que hayas propuesto como ejemplo en el primer apartado.
5. Lee la siguiente historia y calcula la cantidad de trigo que solicitó el sabio Lahur Sissa. (Nota: en un kg de trigo entran 21000 granos).

## Quinta Sesión

**Duración:** 55 minutos

**Materiales y/o recursos:**

- Pizarra
- Calculadora
- Hoja de las actividades del apartado de Progresiones Geométricas
- Tarjetas con problemas y ejercicios diferentes para cada grupo



**Objetivos didácticos:** El alumno será capaz de ...

- identificar en qué casos se trata de una progresión aritmética o geométrica.
- poner en práctica los conocimientos adquiridos sobre progresiones en las sesiones anteriores.

**Contenidos:** En esta sesión solo existen contenidos actitudinales, puesto que todos los conceptos que necesitan para esta sesión ya se han adquirido con anterioridad en las sesiones anteriores. Los contenidos actitudinales son:

- Valoración personal positiva al apreciar la utilidad de las capacidades adquiridas.
- Curiosidad por la aparición de las sucesiones y progresiones en la vida real.

### Desarrollo del trabajo propuesto

**Metodología:** Durante toda la sesión los alumnos trabajarán en grupos cooperativos.

**Desarrollo de la actividad:** En esta sesión cada grupo recibe una tarjeta con dos ejercicios o problemas. Deberán resolverlos en 20 minutos, y a continuación intercambiar las tarjetas con otro grupo. Los grupos deberán revisar lo que ha respondido en la tarjeta el grupo anterior y corregirlo o completarlo en caso de que no estén de acuerdo, o bien, no hayan respondido nada. Para esta parte, dispondrán de nuevo de 20 minutos. Los ejercicios de las tarjetas son los siguientes:

- Las anotaciones obtenidas por las 5 jugadoras de un equipo de baloncesto están en  $PA$ . Si el equipo consiguió en total 70 puntos y la máxima anotadora obtuvo 24 puntos. ¿Cuántos puntos anotaron el resto?
- Completa y halla el término general:
  - 8,  $\_$ , 12,  $\_$ , 16, ...
  - 35,  $\_$ ,  $\_$ , 20, 15, ...
  - 5,  $\_$ ,  $\frac{5}{9}$ ,  $\_$ ,  $\frac{5}{81}$ , ...
- Halla el primer término y el término general de una  $PA$  cuyo quinto término es 9 y su diferencia es 3.
- Cuántos términos de la  $PA$ : 4, 8, 12, 16, ... hay que tomar para que el resultado de su suma sea 220.
- Sabemos que el cuarto término de una  $PG$  es  $\frac{27}{8}$  y que la razón es  $\frac{3}{2}$ . Halla el primer término y el término general.
- Calcula la suma de los 10 primeros términos de la  $PG$ : 63, 21, 7, ...

- Sabemos que el cuarto término de una  $PG$  es 225 y la razón es 3. Halla la suma de los primeros 8 términos.
- Escribe los primeros 10 términos de la sucesión cuyo primer término es 2 y los restantes se obtienen multiplicando por 5 y restándole 3 al término anterior. Halla también el término general.
- Estudia si son  $PG$  y halla el término general:
  - $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$
  - $1, 2, 4, 8, \dots$
  - $4, 8, 12, 16, \dots$
  - $5, 3, \frac{9}{5}, \frac{27}{25}, \dots$
- El primer término de una  $PG$  es 2 y la razón es 4. ¿Qué lugar ocupa el término cuyo valor es 131072?
- Estudia si son  $PG$  y halla el término general:
  - $-8, -4, 0, 4, \dots$
  - $3, 9, 27, 81, \dots$
  - $1, 1, 1, 1, \dots$
  - $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$
- Halla el primer término de la  $PA$  cuyo término vigésimo es 100 y la suma de los primeros 20 términos es 1050.
- Tenemos un círculo de radio 1cm. Cada vez, tenemos círculos cuyo radio es la mitad que el anterior. Calcula:
  - El área del círculo que ocupa el quinto lugar.
  - La suma de las áreas de los 6 primeros círculos de la sucesión.

Por último, se explicará que en la siguiente sesión realizarán una prueba no evaluable en la que deberán contestar sencillas cuestiones tanto teóricas como prácticas de lo visto en esta unidad y además, deberán responder a un cuestionario de valoración personal, en el que deberán evaluarse a ellos/as mismos/as, a mi y al proyecto audiovisual exigido. Finalmente, se les recordará cuando es la fecha límite para entregar los proyectos y se resolverá cualquier duda que tengan sobre el mismo.

## Sexta Sesión

**Duración:** 55 minutos

## Materiales y/o recursos:

- Cuestionario de valoración personal
- Cuestionario sobre la unidad de Progresiones

**Objetivos didácticos:** El alumno será capaz de ...

- hacer una reflexión sobre si ha aprendido o no trabajando de esta manera sin la obligación de hacer examen.
- comprobar si ha asimilado correctamente los conocimientos adquiridos en sesiones anteriores.

### **Desarrollo del trabajo propuesto**

**Metodología:** Al tratarse de una prueba y de una valoración personal, los alumnos/as se sienten de manera individual.

**Desarrollo de la actividad:** Los alumnos deben redistribuir sus mesas y sillas de manera que todos/as estén sentados de forma individual. En un primer lugar se les pasa el cuestionario sobre la unidad donde aparecen cuestiones tanto teóricas como prácticas en forma de problemas. Se dispone de 40 minutos para realizar dicha prueba. Cabe recordar al alumnado que dicha prueba no forma parte de su evaluación, para evitar que se sientan presionados a la hora de responder.

Una vez finalizada la prueba, se reparten los cuestionarios de valoración personal y disponen de 15 minutos para responder. Cabe recordar también que se trata de información confidencial y que el resto de miembros de su grupo no sabrán qué han contestado en los cuestionarios, y que yo tampoco tendré en cuenta lo que pongan en él a la hora de evaluarles.

Tanto la prueba sobre la unidad como el cuestionario de valoración personal se encuentran en los anexos de esta memoria.

### **Evaluación de la Unidad Didáctica**

Como ya se ha explicado durante esta memoria, esta una unidad será evaluada mediante la entrega de un proyecto realizado por grupos cooperativos y su formato de entrega será vídeo.

En un principio, los alumnos/as pusieron bastantes pegas, en cuanto que para ellos/as era algo muy novedoso y se sentían mucho más inseguros/as que realizando un trabajo en Word, o incluso, algunos/as preferían hacer examen. Tardé un par de sesiones en calmar a ambos grupos e intentar hacerles ver que realizar el proyecto en grupo no era realmente un problema tan grande, puesto que podían grabarse mediante móvil (que todos disponían de uno) o cámaras, y además, no hacía falta que estuviesen todos reunidos/as para grabarse, sino que, podían hacerlo por separado y después juntar todos los vídeos en uno solo. Finalmente, conseguí que todos/as cogiesen algo más de seguridad en sí mismos/as y tomaran el proyecto con algo de ilusión.

## Conclusiones de la Unidad Didáctica

Realizando un proyecto por grupos, me he dado cuenta que alumnos/as que no eran tan brillantes o no mostraban interés en esta asignatura, se implicasen notablemente en el trabajo, y realizasen unos proyectos magníficos.

En líneas generales, de los 13 proyectos que se me entregaron, tan solo uno fue aprobado con un suficiente, el resto, han obtenido una calificación entre notable alto y excelente. Realmente, casi todos los grupos se han volcado y han trabajado mucho para obtener un buen proyecto, y se les ha recompensado por ello.

## Reflexión y autoevaluación global de las prácticas

Al empezar el periodo de prácticas en el IES Vicent Sos Baynat sentía algo de nervios puesto que era un centro nuevo para mí, y no sabía qué tipo de alumnos y alumnas habrían y como reaccionarían ante mi llegada. Tampoco sabía cómo serían mis compañeros de departamento. Además, temía no saber hacerme imponer ante los alumnos/as de Educación Secundaria o Bachillerato, puesto que al tener una edad próxima a ellos quizá no me veían como alguien con autoridad suficiente en las clases. Al mismo tiempo, también tenía mucha ilusión por conocer a los alumnos/as y sus intereses, saber qué opinaban sobre la asignatura y tratar con ellos.

Durante las prácticas, esos nervios por conocer a mis compañeros de departamento y a los alumnos se desvanecieron. Todos me acogieron realmente bien, y pude comprobar que se trataba de un instituto muy tranquilo en el que a penas habían altercados. Además, al ser el periodo de prácticas en una época ya avanzada en el curso, los profesores ya tienen controlados a sus alumnos y alumnas, y están acostumbrados/as a seguir ciertas pautas en las clases, por lo que nos facilita bastante la tarea a los alumnos en prácticas. Seguramente, si fuésemos a principio de curso, nos costaría muchísimo más hacernos con los grupos.

Sí es cierto, que al principio, los alumnos/as en todos los grupos estaban un poco reacios a preguntarme dudas o comunicarse conmigo, puesto que no sabían bien mi papel en el aula. Sin embargo, en unos días, todo se normalizó y pude conocerlos más directamente y tener un trato cordial y ser parte activa de la clase.

Por otro lado, me ha sorprendido satisfactoriamente ver cómo se están intentando poner en marcha nuevas metodologías. El tutor del centro se puede considerar que es experto en estas nuevas metodologías. Desgraciadamente, son impartidas en pocos institutos actualmente puesto que es difícil encontrar a profesores que quieran arriesgar e invertir más tiempo saliendo así de su zona de confort. Por lo dicho anteriormente, me ha alegrado mucho saber que sí hay profesores que están dispuesto a mejorar la calidad educativa en los centros públicos valencianos.

En cuanto a la experiencia de planificar y poner en marcha una unidad didáctica, he de confesar que me ha resultado realmente confusa. Deberían indicarnos más pautas desde el máster para la elaboración de este tipo de documentación. No me sentía preparada para realizar esta memoria, puesto que no sabía detalladamente qué debía aparecer en ella en realidad.

Por último, he corroborado que tengo bastante empatía con los adolescentes y me resulta muy fácil dialogar de forma natural con ellos, quizá esto es debido a que me siento, en parte, una más de ellos todavía.

Después de las prácticas, he comprobado que realmente ha sido toda una experiencia poder evaluar de una forma tan poco tradicional como es un proyecto en forma de vídeo. Me he dado cuenta también que los alumnos/as de 3º de ESO tienen muy poca idea sobre cosas tan simples como enviar documentos por Internet, por lo que se debería hacer mas hincapié en este tipo de conocimientos esenciales en esta época. Además, a pesar de que no haya impartido ninguna unidad didáctica en los grupos de Bachillerato me llevo un muy buen recuerdo de todos ellos/as y espero haberles ayudado en lo máximo posible con mis charlas sobre su futuro y resolviendo todas aquellas dudas que estaban a mi alcance. Ha sido toda una experiencia más que satisfactoria el haber estado este tiempo en las aulas de secundaria y bachillerato, y como ya comenté en la introducción de esta memoria, esta etapa me ha hecho reafirmarme más aún en mi decisión de ser profesora de matemáticas en un centro público y me siento mucho más preparada para afrontar el camino que me queda hasta conseguirlo. Además, considero que está al alcance de todos y todas mejorar este sistema educativo y que podemos hacer que nuestros jóvenes reciban una educación pública y de calidad porque lo merecen.

## Anexo II: Guía de Trabajo

### A. Sucesiones.

1. Escribe 4 ejemplos de sucesiones no vistas en clase y que no figuren en el libro de texto.
2. Define los siguientes conceptos: sucesión, término, término general.
3. Investiga sobre la sucesión de Fibonacci. Explica cuál es y cómo es posible obtenerla.
4. Busca, al menos 3, imágenes de la naturaleza en Internet donde aparezca la sucesión de Fibonacci. Comenta en este apartado una descripción de cada foto y cómo sigue la sucesión de Fibonacci. Guarda las fotos en tu ordenador, serán adjuntadas y enviadas junto al documento escrito mediante e-mail.
5. Halla los términos que ocupan el lugar 50 y 100 de las sucesiones propuestas como ejemplo en el primer apartado. Halla también el término general de cada una de ellas

## B. Progresiones aritméticas

1. Escribe 4 ejemplos de progresiones aritméticas no vistas en clase y que no figuren en el libro de texto.
2. Define los siguientes conceptos: progresión aritmética, diferencia.
3. Explica cómo se obtiene el término general de una progresión aritmética. A continuación, halla los términos generales de las progresiones propuestas como ejemplo en el primer apartado e indica cuál es la diferencia para cada una de ellas.
4. Investiga sobre la anécdota de Gauss y su método para sumar los números del 1 al 100. Utiliza dicho método para sumar los 50 primeros términos de 2 progresiones de las propuestas como ejemplo en el primer apartado.
5. Describe la fórmula de la suma de los  $n$  primeros términos de una progresión aritmética y aplícala a las mismas progresiones que hayas elegido en el apartado 4.

### C. Progresiones geométricas.

1. Escribe 4 ejemplos de progresiones aritméticas no vistas en clase y que no figuren en el libro de texto.
2. Define los siguientes conceptos: progresión geométrica, razón.
3. Explica cómo se obtiene el término general de una progresión geométrica. A continuación, halla los términos generales de las progresiones propuestas como ejemplo en el primer apartado e indica cuál es la razón para cada una de ellas
4. Describe la fórmula de la suma de los  $n$  primeros términos de una progresión geométrica y aplícala a las mismas progresiones que hayas propuesto como ejemplo en el primer apartado.
5. Lee el documento adjunto sobre la historia del origen del ajedrez y calcula la cantidad de trigo que solicitó el sabio Lahur Sissa. (Nota: en un kg de trigo entran 21000 granos).



El juego del **ajedrez** fue inventado en la India. Cuando el rey hindú Sheram se enteró de este divertimento estratégico, se maravilló de lo ingenioso y de la variedad de combinaciones que en él eran posibles. Al hacerse eco que el inventor era uno de sus siervos, el rey requirió su presencia con objeto de remunerarle personalmente por su buen invento.

El autor del invento, que se hacía llamar Sissa, se presentó ante el soberano. Era un sabio que vestía con modestia y que vivía gracias a los medios que le suministraban sus discípulos.

– Sissa, quiero compensarte generosamente por el ingenioso juego que ideaste – le dijo el rey.

El erudito contestó con una reverencia.

– Soy lo bastante poderoso y acaudalado como para poder concederte tu deseo más ansiado – continuó explicando el rey. – Declárame una recompensa que te satisfaga y será tuya.

El sabio se mantuvo callado.

– No seas tímido – le animó el rey. – Cuéntanos tu anhelo. No escatimaré en gastos para complacerte.

– Grande es su beneplácito, gran soberano. Pero concédame un corto plazo de tiempo para pensar la respuesta. Mañana, tras una profunda meditación, le transmitiré mi petición.

A la mañana siguiente Sissa compareció de nuevo ante el monarca y lo dejó maravillado con su petición, sin precedente alguno por su humildad.

– Oh gran soberano – dijo Sissa –, ordene que me entreguen un grano de trigo por la primera casilla del tablero de ajedrez que yo inventé.



– ¿Un sólo grano de trigo? – inquirió con sorpresa el rey.

– Sí, mi señor. Por la segunda casilla, pida que me sean entregados dos granos de trigo; por la tercera casilla, cuatro granos; por la cuarta casilla, ocho; por la quinta casilla, dieciséis; por la sexta casilla, treinta y dos...

– ¡Basta! –le interrumpió el rey enfadado–. Se te entregará el trigo correspondiente a las 64 casillas del tablero, tal y como es tu deseo; por cada nueva casilla, doble cantidad de trigo que por la precedente. Pero debes conocer que tu petición es indigna de mi benevolencia. Al pedirme tan ínfimo pago, menosprecias de manera irreverente mi recompensa. Y como erudito que eres, podrías haber dado mayor prueba de respeto ante la magnificencia de tu rey. Ya puedes retirarte. Mis sirvientes te entregarán el saco con el trigo que necesites.

Sissa esbozó una sonrisa, y tras abandonar la sala, se quedó esperando en la puerta exterior del palacio.

Durante la comida, el rey se acordó del creador del ajedrez y envió a alguien para que se informara de si se había entregado ya al meditabundo Sissaa su mezcuna recompensa.

– Majestad, su orden se está cumpliendo –fue la respuesta–. Los matemáticos de la corte calculan el número de granos de trigo que deben ser entregados.

El monarca frunció el ceño. No estaba acostumbrado a que tardaran tanto en cumplir sus decretos.



Por la noche, al retirarse a descansar a sus aposentos, el rey preguntó de nuevo cuánto tiempo hacía que el sabio Sissa había abandonado el palacio con su saco de trigo.

– Majestad –le respondieron–, sus matemáticos siguen trabajando sin descanso y esperan finalizar los cálculos al amanecer.

– ¿Por qué va tan lenta esta operación? –gritó iracundo el monarca–. Que mañana, antes de que me despierte, hayan entregado a Sissa hasta el último grano de trigo. No acostumbro a dar dos veces un mismo mandato.

Por la mañana fue comunicado al gobernante que el matemático mayor de la corte instaba audiencia para comunicarle un informe muy importante.

El soberano ordenó que le hicieran pasar.

— Antes de empezar tu informe —le dijo Sheram—, quiero conocer si se ha entregado por fin a Sissa la pobre recompensa que solicitó.

— Precisamente por ese asunto he osado presentarme tan temprano —respondió el anciano—. Hemos calculado concienzudamente la cantidad total de granos que desea recibir el sabio Sissa. El resultado es una cifra descomunal...

— Sea cual fuere su proporción —le interrumpió con desdén el gobernante— mis graneros y despensas no empobrecerán. He prometido darle esa remuneración y, por lo tanto hay que entregársela.

— Majestad, no depende de su intención el cumplir semejante deseo. En todos sus graneros no existe la cantidad de trigo que pidió Sissa. Tampoco existe en todas las despensas de todo el reino. Hasta los graneros del mundo entero son insuficientes. Si desea proporcionar sin falta la recompensa que prometió, ordene que todos los reinos de la Tierra sean convertidos en labrantíos, mande desecar los mares y océanos, ordene fundir el hielo y la nieve que cubren los lejanos desiertos del norte. Que todo ese espacio sea totalmente sembrado de trigo, y ordene que toda la cosecha conseguida en estos campos sea entregada a Sissa. Solamente de esta manera el sabio entonces recibirá su recompensa.

El monarca escuchó perplejo las palabras del anciano matemático.

— Dime, ¿cuál es esa colosal cifra? —expresó el rey dudando.

## Anexo III: Cuestionario sobre la Unidad

NOMBRE:

GRUPO:

### CUESTIONES SOBRE LA UNIDAD

1. ¿Qué es una sucesión? Escribe un ejemplo.

2. ¿Qué tipos de progresiones hay? Escribe un ejemplo para cada una de ellas.

3. ¿Para qué se utiliza el término general? Escribe un ejemplo de sucesión/progresión y su término general.

4. ¿Para una progresión aritmética cuál es la fórmula de la suma de los primeros  $n$  términos?

$$a) S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$b) S_n = \frac{(a_n - a_1) \cdot n}{2}$$

$$c) S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot r}{r - 1}$$

5. Para una progresión geométrica con razón mayor que 1, ¿cuál es la fórmula de la suma de los primeros  $n$  términos?

$$a) S_n = \frac{a_1 \cdot r - a_n}{r - 1}$$

$$b) S_n = \frac{a_n \cdot d - a_1}{1 - r}$$

$$c) S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

6. En una progresión aritmética cuyo tercer término es 14 y la diferencia es 4, un término vale 46. ¿Qué lugar ocupa ese término en la progresión?

7. La dosis de un medicamento es de 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los días siguientes. El tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

8. Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición (se divide en dos) cada 15 minutos, ¿cuántas bacterias habrá después de 6 horas?

## Anexo IV: Valoración Personal de los alumnos/as

NOMBRE:

GRUPO:

### SUCESIONES Y PROGRESIONES

#### VALORACIÓN PERSONAL

1. Creo que mis dificultades se deben principalmente (puede ser seleccionada más de 1):

- ☐ Mi poco interés hacia la asignatura.
- ☐ Mi escasa concentración.
- ☐ Mi escasa dedicación al estudio.
- ☐ No entiendo las explicaciones.
- ☐ No pregunto cuando no entiendo algo en clase.
- ☐ El comportamiento de mi grupo no me permite atender en clase.
- ☐ No tengo dificultades en esta asignatura.

2. ¿ Crees que has participado y que has puesto más interés que otras veces en las actividades de clase o piensas que has actuado como siempre? ¿Por qué?

3. ¿ Se te ocurre alguna forma para que vosotros los alumnos participéis más y aprendáis mejor en las clases de Matemáticas?

4. Valora estas afirmaciones sobre la profesora:

**No      A veces      Sí**

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| Ha sido clara en sus explicaciones.                               |  |  |  |
| Estaba atenta por si alguien necesitaba ayuda durante las clases. |  |  |  |
| Prestaba ayuda a cualquier alumno que se la ha pedido.            |  |  |  |
| Su actitud con los alumnos era la correcta.                       |  |  |  |
| Sabe mantener el control en el aula.                              |  |  |  |

5. ¿Qué es lo que más destacarías en positivo sobre la profesora? ¿Y en negativo?

6. Valora estas afirmaciones sobre el proyecto (vídeo):

**Sí**   **No**

|  |  |  |
|--|--|--|
| Me motiva más realizar un proyecto que hacer un examen en esta asignatura.               |  |  |
| El proyecto estaba claro y no he tenido problemas a la hora de entender lo que se pedía. |  |  |
| Los apartados demandados eran del nivel adecuado.  |  |  |
| Me ha parecido interesante entregar un vídeo como proyecto.                              |  |  |
| En otras asignaturas también me gustaría entregar proyectos en formato de vídeo.         |  |  |
| Siento que he aprendido lo mismo o más que haciendo un examen.                           |  |  |

7. ¿Qué es lo que más te ha costado realizar en este proyecto? ¿Y qué es lo que más te ha gustado?

8. Califica entre 1 y 10 a tus compañeros los siguientes aspectos:

|   | Nombre | Nota |
|---|--------|------|
| <b>Participación en las actividades de clase</b>    |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |
| <b>Respeto hacia el resto de miembros del grupo</b> |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |
| <b>Participación en el proyecto (vídeo)</b>         |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |
|   |        |      |